Universität Bielefeld **Sommersemester 2016**
C. Huck

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 11

Aufgabe 1
Berechnen Sie die Längen der folgenden Kurven.

(a) $f\colon [a,\infty) \to \mathbb{R}^2$ mit $f(t) = e^{\lambda t}(\cos t, \sin t)^T$ für $\lambda, a \in \mathbb{R}$ und $\lambda \neq 0$.

(b) $f\colon [0,2\pi] \to \mathbb{R}^2$ mit $f(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)^T$.

(c) $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}^3$ mit $f(t) = (t, -\sin t, -\cos t)^T$.

Hinweis. Teil (b): Es gilt $2 - 2\cos t = 4\sin^2(t/2)$ (vgl. Additionstheoreme).

(2+2+1 Punkte)

Aufgabe 2
Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)^T\} \to \mathbb{R}$, gegeben durch

$$(x,y)^T \longmapsto \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}.$$

Ist f stetig? Approximieren Sie f im Punkt $(-1,-1)^T$ durch eine Polynomfunktion 1. Grades in den Variablen x und y.

(4+1 Punkte)

Aufgabe 3
Bestimmen Sie sämtliche Punkte $(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3$, an denen gleichzeitig sämtliche partiellen Ableitungen der Funktion $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, gegeben durch

$$(x,y,z)^T \longmapsto x^2 - x + 2y^2 - z^2 - z + 1$$

gleich Null sind. Approximieren Sie f in den Punkten $(1/2, 0, -1/2)^T$ und $(1,1,3)^T$ durch eine Polynomfunktion 1. Grades in den Variablen x, y und z.

(2+2+2 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 01.07.2016, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128