Universität Bielefeld **Sommersemester 2017**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis I

Blatt 6

Aufgabe 1
Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge. Zeigen Sie, dass $a \in \mathbb{R}$ genau dann Häufungspunkt von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist, wenn in jeder ε-Umgebung von a unendlich viele Folgenglieder liegen.

Aufgabe 2
Gegen Sie eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ an, die genau die Häufungspunkte $0, 1, -1$ hat.

Aufgabe 3
Sei $x \in \mathbb{Q}$ eine rationale Zahl. Zeigen Sie, dass die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, gegeben durch

$$a_n := nx - [nx]\,,$$

nur endlich viele Häufungspunkte hat.

Hinweis. Hier bezeichnet $[y]$ den ganzen Anteil einer reellen Zahl $y \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4
Entscheiden Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren/absolut konvergieren bzw. divergieren.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, wobei $x \in \mathbb{R}$ beliebig.

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3-4n+5}$.

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.