

Übungen zur Vorlesung
Analysis I

Blatt 0 (Ohne Wertung als Anwesenheitsübungen)

Aufgabe 1

Beweisen Sie die folgenden logischen Gesetze für Aussagen A, B, C mit Hilfe von Wahrheitstafeln:

- (a) $\neg A \vee A$.
- (b) $\neg(\neg A) \iff A$.
- (c) $\neg(A \wedge B) \iff (\neg A \vee \neg B)$.
- (d) $\neg(A \vee B) \iff (\neg A \wedge \neg B)$.
- (e) $(A \wedge B) \implies B$.
- (f) $(A \wedge (A \implies B)) \implies B$.
- (g) $A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C$.
- (h) $A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C$.
- (i) $(A \implies B) \iff (\neg B \implies \neg A)$.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden Identitäten für Mengen A, B, C . Geben Sie auch das zugehörige Venn-Diagramm an.

- (a) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.
- (b) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
- (c) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
- (d) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Aufgabe 3

Für natürliche Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$ heißt n durch m teilbar, falls eine natürliche Zahl $k \in \mathbb{N}$ existiert mit $n = km$. Zeigen Sie durch vollständige Induktion nach n , dass $n^3 + 2n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 3 teilbar ist.