

Übungen zur Vorlesung

Analysis I

Blatt 4

Aufgabe 1 (Potenzen wachsen schneller als Polynome)

Sei $k \in \mathbb{N}$ und sei $b > 1$ eine reelle Zahl. Zeigen Sie, dass gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{b^n} = 0.$$

Hinweis. Verwenden Sie Aufgabe 3(b) von Übungsblatt 3.

(2 Punkte)

Aufgabe 2 (Fakultäten wachsen schneller als Potenzen)

Sei b eine reelle Zahl. Zeigen Sie, dass gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^n}{n!} = 0.$$

Hinweis. Verwenden Sie Aufgabe 3(b) von Übungsblatt 3.

(2 Punkte)

Aufgabe 3

Zu einer Folge $(a_n)_{n \geq 1}$ betrachten wir die Folge $(b_n)_{n \geq 1}$, gegeben durch

$$b_n := \frac{1}{n}(a_1 + \dots + a_n).$$

- Zeigen Sie, dass, wenn $(a_n)_{n \geq 1}$ gegen $a \in \mathbb{R}$ konvergiert, auch $(b_n)_{n \geq 1}$ gegen a konvergiert.
- Zeigen Sie, dass, wenn $(a_n)_{n \geq 1}$ bestimmt divergent gegen $+\infty$ ist, auch $(b_n)_{n \geq 1}$ bestimmt divergent gegen $+\infty$ ist.
- Bestimmen Sie eine beschränkte Folge $(a_n)_{n \geq 1}$ so, dass $(b_n)_{n \geq 1}$ divergent ist.
- Bestimmen Sie eine unbeschränkte Folge $(a_n)_{n \geq 1}$ mit $a_n > 0$ für alle $n \geq 1$ so, dass $(b_n)_{n \geq 1}$ eine Nullfolge ist.

Hinweis. Teil (a): Verwenden Sie die Dreiecksungleichung.

(4+3+2+3 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 19.05.2017, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128