

Übungen zur Vorlesung
Analysis I
Blatt 14 (ohne Wertung)

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

auf lokale Extrema in Abhängigkeit von den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2

Sei $a < b$ und sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f(a) = f(b) = c$. Ferner sei f in a und b differenzierbar mit $f'(a) \cdot f'(b) > 0$. Zeigen Sie, dass ein $\xi \in (a, b)$ existiert mit $f(\xi) = c$.

Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass eine auf einem offenen Intervall konvexe Funktion immer stetig ist.

Hinweis. Für nicht offene Intervalle stimmt das nicht. Betrachten Sie für die Stetigkeit in a Punkte $x < y < a < u < v$ und nutzen Sie die Konvexität aus.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Gleichung

$$x^5 = x + \frac{1}{5}$$

mit einer Genauigkeit von 10^{-6} .

Hinweis. Newton-Verfahren.