Universität Bielefeld **Sommersemester 2018**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Lineare Algebra I

Blatt 3

Aufgabe 1
Sei K ein Körper und seien $a, b, c, d \in K$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch Anwendung der Körperaxiome:

(i) $-(-a) = a$.

(ii) $-(a + b) = (-a) + (-b)$.

(iii) $0 \cdot a = 0$.

(iv) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$ für $b, d \neq 0$.

(v) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ für $b, d \neq 0$.

Aufgabe 2
Beschreiben Sie die linearen Hüllen $\langle M \rangle$ der folgenden Teilmengen M des $\mathbb{R}^2$:

(i) $M = \{(1, 1)\}$.

(ii) $M = \{(1, 1), (2, 1)\}$.

Aufgabe 3
Entscheiden Sie jeweils, ob die folgenden Vektoren linear unabhängig bzw. ein *Erzeugendensystem* des $\mathbb{R}^3$ sind. Letzteres bedeutet, dass die lineare Hülle der Vektoren bereits der gesamte $\mathbb{R}^3$ ist.

(i)
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

(ii)
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(iii)
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$