Universität Bielefeld
C. Huck

Wintersemester 2013/14

Präsenzübungen zur Vorlesung

Diskrete Mathematik

Blatt 10

Aufgabe 1
Aufgabe 6 von Präsenzübungsblatt 9.

Aufgabe 2
Für $n \in \mathbb{N}$ sei $\tau(n)$ die Anzahl der positiven Teiler von n, also

$$\tau(n) = \sum_{d|n} 1.$$

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$1 = \sum_{d|n} \tau(d)\mu(d,n).$$

Überprüfen Sie das konkret für $n = 12$.

Hinweis. Möbiusinversion.

Aufgabe 3
Zeigen Sie, dass die Möbiusfunktion μ eines Posets $(X, \preccurlyeq)$ mit endlichen Segmenten und minimalem Element ganzzahlig ist. Es gilt also

$$\mu(x,y) \in \mathbb{Z}$$

für alle $x, y \in X$.

Hinweis. Vollständige Induktion.

Aufgabe 4
Beweisen Sie die Umkehrung des Satzes über die Möbiusinversion, also

$$g(x) = \sum_{0 \preccurlyeq u \preccurlyeq x} f(u)\mu(u,x) \qquad \Longrightarrow \qquad f(x) = \sum_{0 \preccurlyeq u \preccurlyeq x} g(u).$$

Hinweis. Das geht genau wie für die bereits bewiesene umgekehrte Richtung.