Universität Bielefeld **Wintersemester 2013/14**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
Blatt 11

Aufgabe 1
Sei R ein Ring und $r, s, t \in R$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$r|s \wedge r|t \Longrightarrow r|(s \pm t).$$

Aufgabe 2
Bestimmen Sie $\mathrm{ggT}(1234, 4321)$ in $\mathbb{Z}$. Finden Sie weiter $a, b \in \mathbb{Z}$ so, dass gilt:

$$a \cdot 1234 + b \cdot 4321 = \mathrm{ggT}(1234, 4321)\,.$$

Hinweis. Verwenden Sie den euklidischen Algorithmus.

Aufgabe 3
Bestimmen Sie

$$\mathrm{ggT}(X^5 - 6X + 1, X^3 - 3)$$

in $\mathbb{Q}[X]$.

Aufgabe 4
Zeigen Sie, dass die Einheiten eines Rings tatsächlich eine multiplikative Gruppe bilden. Was sind die Einheiten des Polynomrings $K[X]$ über einem Körper K?

Aufgabe 5
Zeigen Sie, dass 7 stets ein Teiler von $6^n + (-1)^{n+1}$ ist ($n \in \mathbb{N}$).

Aufgabe 6
Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Eine sechsstellige Dezimalzahl der Form *abcabc*, wobei die erste Ziffer a nicht Null sein soll, ist immer durch 7, 11 und 13 teilbar.

(b) Eine Zahl der Form $11 \cdots 1$ (n Einsen) kann nur prim sein, falls n prim ist.