Universität Bielefeld **Wintersemester 2013/14**
C. Huck

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
Blatt 1

Aufgabe 1
Beweisen Sie das Schubfachprinzip mittels vollständiger Induktion nach n:

$$\forall m, n \in \mathbb{N} : \big(\{1, \ldots, m\} \precsim \{1, \ldots, n\} \Longrightarrow m \leq n.\big)$$

(4 Punkte)

Aufgabe 2
Sei X eine nichtleere endliche Menge.

(a) Geben Sie eine explizite Bijektion zwischen der Menge der Teilmengen von X und der Menge der Abbildungen $f\colon\ X \to \{0, 1\}$ an.

(b) Wieviele Abbildungen $f\colon\ X \to \{0, 1\}$ gibt es? Beweisen Sie Ihre Antwort durch vollständige Induktion nach $|X|$.

(c) Wieviele Teilmengen hat X also?

Hinweis. Für Teil (b) benötigen Sie die Produktregel $|X \times Y| = |X| \cdot |Y|$.

(2+2+2 Punkte)

Aufgabe 3
Sei $n \in \mathbb{N}$ und $0 \leq k \leq n$. Bezeichne mit $\binom{n}{k}$ die Anzahl der k-elementigen Teilmengen einer n-elementigen Menge. Zeigen Sie lediglich unter Benutzung dieser Definition, dass gilt:

(a) $\binom{n}{0}$=1.

(b) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

(c) $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$.

(d) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$.

Hinweis. Die Ihnen bekannte Identität $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ darf hier ausdrücklich *nicht* verwendet werden. Für die Teile (b) und (c) müssen Sie entsprechende Bijektionen konstruieren. In Teil (c) benötigen sie zusätzlich die Summenregel $|X \,\dot\cup\, Y| = |X| + |Y|$, wobei $\dot\cup$ andeutet, dass es sich um eine disjunkte Vereinigung handelt, also $X \cap Y = \varnothing$ gilt. Teil (d) folgt schließlich aus Aufgabe 2.

(1+2+2+1 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 25.10.2013, 10.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128