

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis II

Blatt 11

Aufgabe 1

Sei $U = \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$. Diskutieren Sie die Höhenlinien der Funktion $f: U \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch

$$(x, y) \mapsto xye^{-x-y},$$

und untersuchen Sie, in welchen Rechtecken $I \times J \subset U$ sich die Mengen $\{(x, y) \in I \times J \mid f(x, y) = c\}$ in der Form

$$\{(x, y) \in I \times J \mid y = \varphi(x)\}$$

oder

$$\{(x, y) \in I \times J \mid x = \psi(y)\}$$

mit differenzierbaren Funktionen $\varphi: I \rightarrow J$ bzw. $\psi: J \rightarrow I$ darstellen lassen. Skizzieren Sie die Höhenlinien.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Maxima und Minima der Funktion f , gegeben durch

$$f(x, y) = 4x^2 - 3xy,$$

auf der abgeschlossenen Kreisscheibe

$$K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

Hinweis. Betrachten Sie separat die lokalen Extremstellen von f im Inneren von K und anschließend auf dem Rand von K , d.h. unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$.