Universität Bielefeld
C. Huck **Wintersemester 2018/2019**

Präsenzübungen zur Vorlesung

Lineare Algebra II

Blatt 8

Aufgabe 1
Beweisen Sie die Formel

$$\beta(v,w) = x^t M y$$

aus Lemma 65 (s. Vorlesung) durch direktes Nachrechnen (ohne Verwendung von Lemma 64).

Aufgabe 2
Beweisen Sie die Basiswechselformel

$$M' = S^t M T$$

aus Satz 40 (s. Vorlesung) durch direktes Nachrechnen unter Verwendung der Formel aus Aufgabe 1 oben.

Aufgabe 3
Zeigen Sie, dass im Beweis von Satz 40 aus der Vorlesung tatsächlich für alle $1 \leq i \leq n$ gilt

$$f^t({b'_i}^t) = {b_i}^t\,.$$

Hinweis. Überprüfen Sie die Gleichheit auf einer geeigneten Basis von V.

Aufgabe 4
Sei V ein 3-dimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum mit geordneter Basis $B = (b_1, b_2, b_3)$. Sei β eine Bilinearform auf $\mathbb{R}^3$ mit Strukturmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

bzgl. B.

(a) Ist β symmetrisch?

(b) Zeigen Sie, dass $B' = (b_1 + b_2, b_2 + b_3, b_2)$ ebenfalls eine Basis von $\mathbb{R}^3$ ist. Wie lautet die Übergangsmatrix von B nach B'?

(c) Berechnen Sie die Strukturmatrix von β bzgl. B'.