
Mathematik für Biologen, Biotechnologen und Biochemiker

Sommersemester 2009

Aufgaben zur Klausurvorbereitung - Teil 1

- (1) Berechnen Sie die Determinante und die Inverse der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- (2) Für einen Radfahrer der Tour de Pharmacie soll ein Getränk aus drei verschiedenen (natürlich legalen) Flüssigkeiten gebraut werden. Flüssigkeit A enthält pro Liter 1mg von Stoff X und 2mg von Stoff Y, Flüssigkeit B pro Liter 2mg von Stoff X und 2mg von Stoff Y, und Flüssigkeit C pro Liter 2mg von Stoff X und 1mg von Stoff Y. Der Radfahrer soll insgesamt 4 Liter trinken, und dabei 6mg von Stoff X und 7mg von Stoff Y zu sich nehmen. Wieviel Liter jeder Flüssigkeit werden gebraucht?

- (3) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie Spur und Determinante von A .
(b) Berechnen Sie die Eigenwerte von A .
(c) Berechnen Sie für jeden Eigenwert je einen Eigenvektor.
- (4) Im Folgenden ist i die imaginäre Einheit. Berechnen Sie (d.h., bringen Sie die folgenden Ausdrücke auf die Form $a + ib$):

- (a) $(4 + i)(i - 2)$
(b) $(\sqrt{3} + i)(i\sqrt{3} + 1)$
(c) $\frac{3+5i}{4+i}$.

Bitte wenden!

(5) Lösen Sie die folgenden Gleichungen in \mathbb{C} :

(a) $z^6 = 64$ (geben Sie alle Lösungen an!!! Im Endergebnis sollen keine Winkelfunktionen mehr vorkommen, verwenden Sie die speziellen Werte für die Winkelfunktionen!!!)

Hinweis: $2^6 = 64$

(b) $z^2 - 4z + 7 = 0$.

(6) Wir betrachten eine Population einer bestimmten Vogelsorte. Jedes Weibchen legt im April jeden Jahres 4 Eier, aus denen im Mai gleich viele männliche und weibliche Junge schlüpfen. Im Winter stirbt die Hälfte der in diesem Jahr geborenen Weibchen, die Überlebenden werden geschlechtsreif und legen bereits im folgenden April 4 Eier. Die geschlechtsreifen Weibchen sind unsterblich (ich weiß, dass das nicht sehr realistisch ist, aber so werden die Zahlen einfacher). Die Zahl der im Mai des Jahres n geschlüpften Weibchen sei x_n , die Zahl der im Mai des Jahres n geschlechtsreifen Weibchen sei y_n . Geben Sie eine Formel an, mit der man die Population $z_{n+1} = \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix}$ des Jahres $n+1$ aus der des Jahres n berechnen kann. Geben Sie weiters eine Formel an, mit der man die Population des Jahres $n+2$ aus jener des Jahres n berechnen kann.

(7) Der Blutdruck P eines bestimmten Tieres in Abhängigkeit von der Zeit t (in Sekunden) ist durch die Formel $P(t) = 50 + 10 \cos(300\pi t)$ gegeben.

(a) Skizzieren Sie diese Funktion.

(b) Was ist die Periode von P ?

(c) Was ist das Maximum, was das Minimum von P ?

(8) Ein Biologe träumt von einem Dinosaurier (siehe Skizze). Er kennt die Schulterhöhe $h = 5m$ und misst die Länge des Schattens des Halses $s = 10m$ — die Sonne steht im Zenit, sodass sich der Schatten genau unter dem Hals befindet. Weiters weiß er, dass der Winkel zwischen dem Hals und der Horizontalen durch $\alpha = 23^\circ$ gegeben ist. Aus irgendeinem Grund — Träume sind ja normalerweise nicht rational — will er die Länge des Halses ℓ und den Abstand k des Kopfes vom Boden wissen. Helfen Sie ihm dabei!

Hinweis: Suchen Sie sich geeignete Zahlenwerte aus: $\sin 23^\circ \approx 0.39$, $\cos 23^\circ \approx 0.92$, $\tan 23^\circ \approx 0.42$, $\cot 23^\circ \approx 2.36$, $\frac{1}{\sin 23^\circ} \approx 2.56$, $\frac{1}{\cos 23^\circ} \approx 1.09$

