
Mathematik für Biologen, Biotechnologen und Biochemiker

Sommersemester 2009

Übungsblatt 11

- (41) (a) Verwenden Sie die Additionstheoreme für die Winkelfunktionen (siehe z.B. Aufgabe 40 (a)), um die folgende Formel zu beweisen:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \left(\frac{x+y}{2} \right) \cos \left(\frac{x-y}{2} \right)$$

- (b) Betrachten Sie die Überlagerung $f(t) = u(t) + v(t)$ zweier Wellen

$$u(t) = A \sin((\omega + \delta)t), \quad v(t) = A \sin((\omega - \delta)t).$$

Zeigen Sie, dass sich $f(t)$ als $f(t) = B(t) \sin(\omega t)$ darstellen lässt, wobei $B(t)$ unabhängig von ω ist. Berechnen Sie $B(t)$.

- (c) Skizzieren Sie $B(t)$ und $f(t)$ für $\omega = 7\pi, \delta = \pi$. Für welche Werte von t gilt $f(t) = 0$? Welche Periode hat $f(t)$, welche Periode hat $B(t)$?
- (d) Skizzieren Sie $B(t)$ und $f(t)$ für $\omega = 2\pi, \delta = \frac{\pi}{2}$. Für welche Werte von t gilt $f(t) = 0$? Welche Periode hat $f(t)$, welche Periode hat $B(t)$?

(2+1+2+2 Infopunkte)

- (42) (a) Zeigen Sie, dass

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$$

für alle $x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$ gilt.

- (b) Für welche Werte von x gilt

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}},$$

welche Formel gilt für die übrigen Werte von x ?

Bitte wenden!

(c) Berechnen Sie $\cos(\arctan x)$.

(d) Berechnen Sie $\sin(\arctan x)$.

Hinweis: Beachten Sie, dass $\sin y = \cos y \tan y$ gilt.

(1+1+1+1 Infopunkte)

(43) (a) Drücken Sie $\tan(\pi - x)$, $\tan(-x)$ und $\tan(x + \pi)$ durch $\tan x$ aus.

(b) Rechnen Sie die Formel $a \cos x + b \sin x = A \sin(x + \varphi)$ aus der Vorlesung nach und drücken Sie A und φ durch a und b aus.

Hinweis: Additionstheorem

(1+2 Infopunkte)

(44) Eine Bakterienkolonie bestehe zum Zeitpunkt $t = 0$ aus 10 Bakterien. Die Zahl der Bakterien verzehnfache sich pro Stunde.

(a) Geben Sie die Zahl der Bakterien als Funktion der Zeit t an. Skizzieren Sie die Funktion.

(b) Wann gibt es 100, 1000, bzw. eine Million Bakterien?

(1+1 Infopunkte)