
Mathematik für Biologen, Biotechnologen und Biochemiker

Sommersemester 2009

Übungsblatt 13

(50) Differenzieren Sie die folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 3}$

(b) $f(x) = x^2 \cos x$

(c) $f(x) = e^{-\sin x}$

(d) $f(x) = \frac{x^3}{1+x+x^3}$

(e) $f(x) = \tan x$

Hinweis: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

(f) $f(x) = a^x$

Hinweis: $a^x = e^{\ln a \cdot x}$

(g) $f(x) = \ln(cx^2)$.

(7 Infopunkte)

(51) Der durchschnittliche tägliche Bedarf an Muttermilch einer bestimmten Sorte von Kälbern kann für $1 \leq t \leq 26$ durch

$$M(t) = 6.281t^{0.242}e^{-0.025t}$$

beschrieben werden, wobei $M(t)$ der Milchbedarf in Litern und t das Alter des Kalbes in Wochen ist.

(a) Wann ist der Milchbedarf maximal? Was ist der maximale Milchbedarf?

(b) Hat die Funktion $M(t)$ einen Wendepunkt? Wenn ja, bei welchem Wert?

(2+2 Infopunkte)

Bitte wenden!

(52) Die Zahl der Käfer einer Population sei durch

$$N(t) = N_0 \frac{1}{1 + e^{-t}}$$

gegeben.

- (a) Skizzieren Sie diese Funktion.
- (b) Geben Sie das momentane Wachstum der Population pro Zeiteinheit als Funktion der Zeit an. Wächst die Population tatsächlich?
- (c) Bestimmen Sie die momentane Wachstumsrate pro Zeiteinheit.
- (d) Wie verhält sich die momentane Wachstumsrate für große Zeiten? Was bedeutet das biologisch?

(1+2+1+1 Infopunkte)

freiwillige Extraaufgabe:

- (a) Beweisen Sie die Produktregel $(fg)' = f'g + fg'$.

Hinweis:

$$f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x) = (f(x+h) - f(x))g(x+h) + f(x)(g(x+h) - g(x)).$$

- (b) Beweisen Sie die Kettenregel $(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$.

Hinweis:

$$f(g(x+h)) - f(g(x)) = \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{g(x+h) - g(x)}(g(x+h) - g(x)).$$

Abgabe bis zum 14.7.2009, 12.00 Uhr