
Mathematik für Biologen, Biotechnologen und Biochemiker

Sommersemester 2009

Übungsblatt 3

- (7) In einem Labor leben 5 Ratten, die pro Tag 45g Nahrung und 16ml Wasser verbrauchen. Junge Ratten brauchen pro Tag 5g Nahrung und 2ml Wasser, erwachsene weibliche Ratten 10g Nahrung und 3ml Wasser und erwachsene männliche Ratten 10g Nahrung und 4ml Wasser. Wie viele junge bzw. erwachsene männliche und weibliche Ratten gibt es in diesem Labor?

(4 Infopunkte; Klausur vom 11.7.2007)

- (8) Labormäuse werden mit zwei verschiedenen Futtermischungen gefüttert. Eine Packung Futtermischung 1 enthält 30 Einheiten von Nährstoff A und 20 Einheiten von Nährstoff B, Futtermischung 2 enthält 40 Einheiten von Nährstoff A und 50 Einheiten von Nährstoff B.

- (a) Nehmen Sie an, dass die Labormäuse täglich je 140 Einheiten von Nährstoff A und B brauchen. Wie viele Packungen der beiden Futtermischungen werden benötigt?
- (b) Nehmen Sie an, dass die Labormäuse täglich 70 Einheiten von Nährstoff A und 140 Einheiten von Nährstoff B brauchen. Können die Mäuse mit diesen Futtermischungen richtig ernährt werden? Ist das Gleichungssystem eindeutig lösbar?

(2+3 Infopunkte)

- (9) Wir sagen, dass zwei $n \times n$ -Matrizen A und B kommutieren, falls $AB = BA$ gilt. Im Allgemeinen kommutieren Matrizen nicht. Zeigen Sie jedoch, dass

- (a) $A^n A^m = A^m A^n$ gilt. (Zur Erinnerung: $A^n = \underbrace{A \cdots A}_{n\text{-mal}}$)

Welches Gesetz wird verwendet?

- (b) A und B^m kommutieren, falls A und B kommutieren.
Hinweis: z.B. vollständige Induktion

Bitte wenden!

- (c) A und B kommutieren, falls A und B Diagonalmatrizen sind. Eine Matrix heißt Diagonalmatrix, wenn nur die Einträge in der Hauptdiagonale von 0 verschieden sind, d.h., wenn für $A = (a_{ij})_{n \times n}$ gilt: $a_{ij} = 0$ für alle $i \neq j$.

(1+1+1 Infopunkte)

(10) Gegeben seien die folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} k & \ell & m \\ n & p & q \\ r & s & t \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie:

- (a) Berechnen Sie AB und BA . Was bewirkt die Multiplikation mit B von rechts bzw. links?
- (b) Berechnen Sie AC und CA . Was bewirkt die Multiplikation mit C von rechts bzw. links?
- (c) Berechnen Sie AD und DA . Was bewirkt die Multiplikation mit D von rechts bzw. links?

(1+1+1 Infopunkte)