

**MUSTERLÖSUNG ZU AUSGEWÄHLTEN AUFGABEN DER KLAUSUR  
VOM 22. JULI 2011**

**Aufgabe 1.**

(b\*) Was ist bei dem Integral

$$\int_0^1 \int_{1-y^2}^{1+y^2} (x + y^2) dx dy$$

beim Vertauschen der Integrationsreihenfolge zu beachten?

**Lösung.**

- Integrationsgrenzen sind anzupassen.
- Integrationsgrenzen für die Integration  $\int dy$  werden von  $x$  abhängen, diejenigen für die Integration über  $x$  hängen nicht mehr von  $y$  ab.

*Bemerkung: Nach Vertauschung der Integrationsgrenzen erhält man das Integral (machen Sie sich eine Skizze für den Integrationsbereich)*

$$\int_0^2 \int_{\sqrt{|1-x|}}^1 (x + y^2) dy dx.$$

**Aufgabe 4.**

(b) Sei  $\|\cdot\|$  eine Norm auf  $\mathbb{C}^n$ . Ist dann durch  $\|\cdot\|_i = i\|x\|$  eine weitere Norm definiert ( $i$  imaginäre Einheit)?

**Lösung.** Nein, denn  $\|x\|_i \notin \mathbb{R}^+$ , falls  $x \neq 0$ .

**Aufgabe 6.**

(c) Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $\text{tr}(SAS^{-1})$ .

**Lösung.** Es gilt

$$\text{tr}(SAS^{-1}) = \text{tr}(A) = 1 + 3 + 0 + 2 = 6.$$

**Aufgabe 8.**

(c\*) Die  $n \times n$ -Matrix  $A$  habe die Eigenschaft  $A = -A^+$ . Welche Eigenschaft besitzt die Matrix  $B = iA$ ? Was kann man über die Eigenwerte von  $A$  und  $B$  aussagen.

**Lösung.** Es gilt

$$B^+ = (iA)^+ = -i(-A) = iA = B,$$

also ist  $B$  hermitesch. Die Eigenwerte von  $B$  sind reell und folglich sind die Eigenwerte von  $A$  rein imaginär.