

Sommersemester 2011

Mathematik II für NWI/Analysis

Übungszettel 12

Aufgabe 52: Berechnen Sie die folgenden Integrale

(a)
$$\int_{-1}^1 \int_0^2 xye^{y^2} dy dx$$

(b)
$$\int_0^1 \int_{1-y}^{2-y} (x+y) dx dy$$

(c)
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cos(y) \cos(z) dx dy dz$$

(d)
$$\iint_D \sqrt{2+x^2} d(x,y) \quad \text{mit} \quad D = \left\{ (x,y) \mid 0 \leq y \leq \sqrt{2+x^2}, 0 \leq x \leq 2 \right\}$$

(1+1+1+2 Punkte)

Aufgabe 53: Zeigen sie, dass(a) das Volumenelement in Zylinderkoordinaten durch $dx dy dz = r dr d\varphi dz$ gegeben ist.(b) das Volumenelement in Kugelkoordinaten durch $dx dy dz = r^2 \cos(\theta) dr d\theta d\varphi$ gegeben ist.

(1+3 Punkte)

Aufgabe 54: Berechnen Sie das (dreidimensionale) Volumen der von der x - y -Ebene und dem Paraboloid $\{z = 4 - x^2 - y^2\}$ eingeschlossenen Menge.Hinweis: Machen Sie sich zunächst eine Skizze, charakterisieren Sie das zu berechnende Volumen, und verwenden Sie dann geeignete Koordinaten. (3 Punkte)**Aufgabe 55:** Sei $B_R = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$. Berechnen Sie

$$\iiint_{B_R} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} d(x, y, z).$$

Hinweis: Wählen Sie geeignete Koordinaten.

(4 Punkte)

Aufgabe 56*: Es gelte $f(x, y) = f(ax, ay) \quad \forall a > 0$. Zeigen Sie, dass dann

$$\int_0^a \int_0^a f(x, y) d(x, y) = a^2 \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) d(x, y)$$

gilt.

(2 Zusatzpunkte)

Abgabe bis zum 01.7.2011!