Universität Bielefeld

Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 9.5.2012

Sommersemester 2012

Diskrete Geometrie I

Übungszettel 4

Aufgabe 11: Sei $X \subset \mathbb{R}^2$. Als Symmetriegrupe $S(X)$ von X bezeichnen wir die Gruppe aller Bewegungen α, die X invariant lassen, d.h. $\alpha(X) = X$. Geben Sie für jede Friesgruppe F eine Menge X an mit $S(X) \cong F$.

(3 Punkte)

Aufgabe 12: Seien $n \in \mathbb{N}, V$ ein n-dimensionaler reeller Vektorraum, und sei $\Gamma \subset V$ ein Gitter.

(a) Seien $v_1, \ldots, v_n \in \Gamma$ linear unabhängig. Weiter sei $U \subset V$ der von $\{v_1, \ldots, v_{n-1}\}$ aufgespannte Unterraum von V. Zeigen Sie, dass $\{v_1, \ldots, v_n\}$ genau dann eine Basis von Γ ist, wenn $\{v_1, \ldots, v_{n-1}\}$ eine Basis von $\Gamma \cap U$ ist und v_n ein Gittervektor mit minimalen positivem Abstand von U ist.

(b) Seien $v_1, \ldots, v_k \in \Gamma$ linear unabhängig, wobei $k < n$. Weiter sei U der von $\{v_1, \ldots, v_k\}$ aufgespannte Unterraum von V. Dann existiert eine Basis $\{v_1, \ldots, v_k, w_{k+1}, \ldots, w_n\}$ von Γ genau dann, wenn $\{v_1, \ldots, v_k\}$ Basis von $\Gamma \cap U$ ist.

(2+2 Punkte)

Abgabe bis zum 22.5.2012, 12:15 Uhr!