Sommersemester 2012

Diskrete Geometrie I

Übungszettel 7

Aufgabe 21: Bestimmen Sie alle zu $P = D_2, T, O, \mathcal{I}$ isomorphen Untergruppen von $O(3)$. Wieviele nicht äquivalente gibt es? **(4 Punkte)**

Aufgabe 22: Sei $\{(a, b, b)^T, (b, a, b)^T, (b, b, a)^T\}$ Basis eines Gitters (Welche Einschränkungen gelten für a, b ?). Bestimmen Sie seine Symmetriegruppe.

Hinweis: Berechnen Sie die Gram-Matrix $B = (\langle t_i, t_j \rangle)$, und lösen Sie die Gleichung $NBN^T = B, N \in GL(n, \mathbb{Z})$. Schreiben Sie dazu $B = \alpha \mathbb{1} + \beta ee^T$, wobei $e = (1, 1, 1)^T$, und bringen Sie die Gleichung in die Form $\alpha C = \beta D$. Betrachten Sie zuerst den Fall $\beta = 0$, dann $\frac{\alpha}{\beta} \notin \mathbb{Q}, \beta > 0, \beta < 0$, und bestimmen Sie im letzten Fall eine weitere Ungleichung für β .

(4 Punkte)

Aufgabe 23: Seien

$$M_1 := \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, M_2 := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass die von M_1 bzw. M_2 erzeugten Gruppen äquivalent sind, aber nicht kristallographisch äquivalent sind.

(2 Punkte)