

Sommersemester 2016

**Mathematik II für Chemie****Präsenzübungen 2**

**Aufgabe 1:** Seien  $a = \begin{pmatrix} 3 + 2i \\ 1 \\ i - 1 \end{pmatrix}$  und  $b = \begin{pmatrix} i \\ 3 \\ 4 - 2i \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie  $\|a\|$  und  $\|b\|$  sowie  $\langle a, b \rangle$ . Vergleichen Sie  $\|a\| \cdot \|b\|$  mit  $\langle a, b \rangle$ . Bestimmen Sie  $\alpha \in \mathbb{C}$  so, dass  $\langle a - \alpha b, b \rangle = 0$  gilt.

**Aufgabe 2:** Geben Sie die Menge aller Vektoren  $x \in \mathbb{R}^3$  an, die auf  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  orthogonal stehen. Welche Eigenschaft hat diese Menge?

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie den Satz von Pythagoras: Sind  $x, y$  orthogonal, so gilt

$$\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2.$$

**Aufgabe 4:** Zeigen Sie: Sind die Vektoren  $x$  und  $y$  eines reellen Vektorraums gleich lang, so steht  $x - y$  auf  $x + y$  orthogonal.

**Aufgabe 5:** Sei  $V$  der Vektorraum der reellen stetigen Funktionen auf  $[0, 1]$  mit dem inneren Produkt

$$\langle f, g \rangle := \int_0^1 f(x)g(x) dx.$$

Seien  $f_1(x) = 1$ ,  $f_2(x) = x$  und  $f_3(x) = x^2$ . Berechnen Sie  $\langle f_1, f_2 \rangle$ ,  $\langle f_1, f_3 \rangle$  und  $\langle f_2, f_3 \rangle$ . Bestimmen Sie Konstanten  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  so, dass  $g(x) := f_3(x) + \alpha f_1(x) + \beta f_2(x)$  sowohl auf  $f_1$  als auch  $f_2$  orthogonal steht.