

Sommersemester 2016

Mathematik II für Chemie**Präsenzübungen 4****Aufgabe 1:** Der Kommutator zweier $n \times n$ -Matrizen A, B ist definiert durch $[A, B] := AB - BA$. Sei

$$[A, B] = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 2 & -\sqrt{2} \end{pmatrix}. \text{ Wie lautet } [B, A]?$$

Aufgabe 2: Die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix}$$

beschreiben Drehungen in der Ebene um den Winkel φ bzw. ψ . Kommutieren A und B ? Überlegen Sie zuerst, und kontrollieren Sie dann durch Nachrechnen.

Aufgabe 3: Die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = \begin{pmatrix} 3x - 2y \\ y - 4x \end{pmatrix}$$

ist linear. Bestimmen Sie die Matrix A , für die $f(x, y) = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ gilt.

Aufgabe 4: Für die lineare Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x) = Ax$$

gelte

$$f(e_1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad f(-e_2) = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix},$$

wobei e_1 und e_2 die Standardbasisvektoren sind. Wie lautet A ?

Aufgabe 5: Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x) = Ax$ beschreibe die Spiegelung an der Geraden $\left\{ \begin{pmatrix} t \\ -t \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$. Wie lautet A ?**Aufgabe 6:** Gegeben sei eine lineare Abbildung f , für die gilt: $f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Wie lautet $f\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$?