Universität Bielefeld

Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 16.6.2016

Sommersemester 2016

Mathematik II für Chemie

Präsenzübungen 8

Aufgabe 1: Gegeben seien die Permutationen $\pi_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{smallmatrix}\right)$ und $\pi_2 = (123)(45)$. Berechnen Sie $\operatorname{sgn}(\pi_1)$ und $\operatorname{sgn}(\pi_2)$.

Aufgabe 2: Sei $\pi = (a_1 \dots a_k)$ ein Zykel der Länge k.

(a) Zeigen Sie, dass $\pi = (a_1 \dots a_k) = (a_1 a_2) \circ (a_2 a_3) \circ \dots \circ (a_{k-1} a_k)$ gilt.

(b) Zeigen Sie $\operatorname{sgn}(\pi) = (-1)^{k-1}$.

Aufgabe 3: Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

auf zwei verschiedene Arten.

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass aus

$$\det(v_1, \dots, v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, \dots, v_{j-1}, v_i, v_{j+1} \dots, v_n) = 0$$

für alle i, j und alle $v_k \in \mathbb{R}^n$ folgt, dass

$$\det(v_1, \dots, v_i, \dots, v_j, \dots, v_n) = -\det(v_1, \dots, v_j, \dots, v_i, \dots, v_n)$$

für alle i, j und alle $v_k \in \mathbb{R}^n$ gilt. Zeigen Sie auch die Umkehrung.

Aufgabe 5: Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6: Berechnen Sie die Determinanten der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2+i & 0 & -\sqrt{5} \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{6} \\ 2-i & 0 & \sqrt{7} \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 3 & -\sqrt{5} \\ 2\sqrt{2} & 6 & -2\sqrt{5} \\ -\sqrt{2} & -3 & \sqrt{5} \end{pmatrix}.$$