

Sommersemester 2016

Mathematik II für Chemie**Präsenzübungen 12****Aufgabe 1:** (ehemalige Klausuraufgabe)Sei P eine Projektionsmatrix. Berechnen Sie $P^4 - 2P^3 + P^2 + P$.**Aufgabe 2:** (ehemalige Klausuraufgabe)Sei P eine Projektionsmatrix. Berechnen Sie e^P .**Aufgabe 3:** Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie die Projektionsmatrizen P_1 und P_2 auf die Eigenräume zu den Eigenwerten λ_1 bzw. λ_2 .(b) Überprüfen Sie, dass $A = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2$ und $P_1 + P_2 = E_2$ gilt.**Aufgabe 4:** Sei A diagonalisierbar und seien P_i die Projektionsmatrizen auf die Eigenräume zu λ_i . Zeigen Sie, dass

$$A^2 = \lambda_1^2 P_1 + \lambda_2^2 P_2 + \dots + \lambda_k^2 P_k$$

gilt.

Aufgabe 5: (ehemalige Klausuraufgabe)Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der Funktion $f(x, y) = \begin{pmatrix} y \sin(x^2) \\ e^{x+y^3} \end{pmatrix}$.**Aufgabe 6:** Sei

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix}$$

und $x(r, \varphi) = r \cos(\varphi)$, $y(r, \varphi) = r \sin(\varphi)$. Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der Funktion $h(r, \varphi) = f(x(r, \varphi), y(r, \varphi))$.**Aufgabe 7:** Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ für alle $(x, y, z) \in \mathbb{R} \setminus \{(0, 0, 0)\}$ die Differentialgleichung

$$\Delta f := \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

erfüllt (Potential einer Punktladung).