

Sommersemester 2016

**Mathematik II für Chemie****Präsenzübungen 13****Aufgabe 1:** Welche der folgenden Matrizen sind positiv definit:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}, \quad S^{-1} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix} S.$$

**Aufgabe 2:** Bestimmen Sie die Extrempunkte der Funktion  $f(x, y) = -x^2 + 3xy - 4y^2$ . Handelt es sich um Minima oder Maxima?**Aufgabe 3:** (ehemalige Klausuraufgabe) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-1}^1 \int_{x-1}^{x+1} x^2 y \, dy \, dx.$$

**Aufgabe 4:** (ehemalige Klausuraufgabe) Berechnen Sie das Integral

$$\iint_S \frac{1}{(x+y)^2} \, dx \, dy,$$

wobei  $S$  das Quadrat  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x + y \leq 2, \quad 0 \leq x - y \leq 1\}$  ist.Hinweis: Verwenden Sie die Transformation:

$$x = \frac{1}{2}(u + v)$$
$$y = \frac{1}{2}(u - v)$$

deren Umkehrung durch  $u = x + y, v = x - y$  gegeben ist.**Aufgabe 5:** Betrachten Sie die Transformation (Kugelkoordinaten)  $[0, \infty) \times [0, \pi] \times [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^3$ 

$$x = r \sin(\theta) \cos(\varphi)$$
$$y = r \sin(\theta) \sin(\varphi)$$
$$z = r \cos(\theta).$$

Berechnen Sie die Jacobi-Matrix  $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,\varphi)}$  und ihre Determinante.**Aufgabe 6:** Berechnen Sie das Volumen der Kugel  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq R\}$ , indem Sie das Integral

$$\iiint_S 1 \, dx \, dy \, dz$$

berechnen. *Hinweis:* Verwenden Sie geeignete Koordinaten.