

Wintersemester 2014/15

Diskrete Mathematik**Präsenzübungen 5**

Aufgabe 1: Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass $A^n = \begin{pmatrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{pmatrix}$ gilt, wobei die f_n die Fibonaccizahlen sind. Schließen Sie daraus, dass $f_{n+1}f_{n-1} - f_n^2 = (-1)^n$ gilt.

Aufgabe 2: Sei a_n die Zahl der 01-Wörter, in denen nie zwei Nuller direkt aufeinanderfolgen ($n \geq 1$).

- Berechnen Sie die ersten fünf Folgenglieder.
- Welche Rekursion erfüllen die a_n ?
- Geben Sie eine explizite Formel für die a_n an.
- Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

Aufgabe 3: Lösen Sie die folgende Rekursion:

$$a_0 = 1, a_1 = 7$$
$$a_{n+1} = -a_n + 6a_{n-1} \text{ für } n \geq 1.$$