Universität Bielefeld

Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 11.11.2015

Wintersemester 2015/16

Mathematik I für Chemie

Übungsblatt 4

Aufgabe 20: Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

für alle $n \geq 0$ gilt. **(4 Punkte)**

Aufgabe 21: Berechnen Sie die Grenzwerte der folgenden Folgen (falls der Grenzwert existiert)

(a) $a_n = \frac{n^2-n+2}{-n^2}$

(b) $a_n = \frac{n-1}{n^2+1}$

(c) $a_n = \frac{3(n+1)^3}{n^2+2n+1}$

(d) $a_n = 2^{\frac{n-1}{n+1}}$

(e) $a_n = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \text{ gerade} \\ 2 & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases}$ **(2+2+2+2+1 Punkte)**

Aufgabe 22: (a) Berechnen Sie die Summe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} x^{2n}$ für $|x| < 1$.

(b) Berechnen Sie die Summe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$ für $|x| < 2$.

(c) Berechnen Sie die Summe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right).$$

Hinweis: Berechnen Sie zuerst die Partialsummen

$$\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right),$$

indem Sie die Terme geeignet zusammenfassen.

(2+2+2 Punkte)

Abgabe bis zum 18.11.2015!