

Wintersemester 2015/16

Mathematik I für Chemie**Übungsblatt 10**

Aufgabe 55: Die Hyperbelfunktionen $\sinh(x)$ und $\cosh(x)$ sind definiert durch $\sinh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2}$ und $\cosh(x) = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}$.

- Berechnen Sie alle Ableitungen von $\sinh(x)$.
- Finden Sie eine Stammfunktion von $\sinh(x)$.
- Berechnen Sie die Taylorreihe von $\sinh(x)$ um den Punkt $x = 0$ mit Hilfe von Aufgabe (a).
- Berechnen Sie die Taylorreihe von $\sinh(x)$ um den Punkt $x = 0$ durch Verwendung der Exponentialreihe. **(1+1+1+1 Punkte)**

Aufgabe 56: Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

(a) $\int_{-2}^5 (x^4 + x^3 - 5x^2 - 2) dx$

(b) $\int_a^{a+2\pi} \sin(x) dx$

(c) $\int_{\varepsilon}^1 x^{\alpha} dx$ für $\varepsilon > 0$. Betrachten Sie den Grenzwert $\varepsilon \rightarrow 0$. Für welche Werte von α existiert der Grenzwert und wie lautet er?

(d) $\int_0^x \operatorname{sgn}(y) dy$.

Hinweis: Betrachten Sie die Fälle $x > 0$ und $x < 0$ getrennt. Zur Erinnerung: Die Signum-Funktion $\operatorname{sgn}(x)$ ist definiert durch

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{falls } x < 0 \\ 1 & \text{falls } x > 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

(e) $\int_a^b (x-a)(x-b) dx$

(1+1+2+2+1 Punkte)

Aufgabe 57: Berechnen Sie eine Stammfunktion der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = x^2 e^x$,

(b) $f(x) = (1-x) \sin(x)$,

(c) $f(x) = x^n \ln(x)$,

(d) $f(x) = \frac{1}{x^2}(x-1)$.

(2+1+1+1 Punkte)

Aufgabe 58: Die Reaktionsgeschwindigkeit $v(t)$ ist definiert als die Ableitung der Konzentration $c(t)$ nach der Zeit t . Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei die Konzentration $c(0) = \frac{1}{2}$. Die Reaktionsgeschwindigkeit sei bis zu einem Zeitpunkt t_0 durch $v(t) = 1 - t$ gegeben. Wann wird die Konzentration $c = 1$ erreicht? **(2 Punkte)**

Abgabe bis zum 13.1.2016!