Universität Bielefeld
Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 14.11.2016

Wintersemester 2016/17

Diskrete Mathematik

Präsenzübungen 3

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Zahl der monoton fallenden Funktionen $f\colon \{1,\ldots,m\} \to \{1,\ldots,n\}$.
Hinweis: Finden Sie eine geeignete Bijektion zwischen der Menge der monoton fallenden und der monoton steigenden Funktionen.

Aufgabe 2: In einer Vorlesung sitzen 40 StudentInnen. 29 von ihnen trinken gerne Kaffee, 24 Tee und 16 Kakao. Von den KaffeetrinkerInnen trinken 16 auch gerne Tee, von den Teetrinkern trinken 7 gerne Kakao, und 10 StudentInnen trinken sowohl Kaffee als auch Kakao gerne. 2 StudentInnen trinken alle heißen Getränke gerne. Wie viele StudentInnen mögen keines der drei Getränke? Wieviele trinken nur Tee gerne?

Aufgabe 3: Ist es möglich, drei Mengen X_1, X_2, X_3 mit den folgenden Eigenschaften zu konstruieren: $|X_1| = |X_2| = |X_3| = 14, |X_1 \cap X_2| = 11, |X_1 \cap X_3| = 10, |X_2 \cap X_3| = 9, |X_1 \cap X_2 \cap X_3| = 0$? Wenn ja, geben Sie ein Beispiel an. Wenn nein, warum nicht? Und kann man durch Abändern einer Zahl das Problem lösbar machen?

Aufgabe 4: Seien f_n die Fibonacci-Zahlen, definiert durch

$$\begin{aligned} f_{n+1} &= f_n + f_{n-1} \text{ für } n \geq 2, \\ f_0 &= 0, f_1 = 1. \end{aligned}$$

Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion: $\sum_{i=1}^{n} f_{2i-1} = f_{2n}$.

Aufgabe 5: Bestimmen Sie die ersten 5 Folgenglieder und geben Sie einen geschlossenen Ausdruck für die folgenden Rekursionen an:

(a) $a_{n+1} = 2a_n$, $a_0 = 1$.

(b) $a_{n+1} = a_n + (-1)^n$, $a_1 = 1$.

Aufgabe 6: Zur Wiederholung: Diagonalisieren Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

und berechnen Sie A^{20}.

Aufgabe 7: Zur Wiederholung: Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}\,.$$