

Wintersemester 2016/17

Diskrete Mathematik**Übungsblatt 5****Aufgabe 22:** Gegeben sei die Rekursion

$$a_0 = 2, a_1 = 2$$
$$a_n = 2a_{n-1} - 5a_{n-2} \text{ für } n \geq 2.$$

- (a) Drücken Sie die Rekursion in Matrixschreibweise aus und berechnen Sie die Eigenwerte der entsprechenden Matrix A .
- (b) Berechnen Sie die Eigenvektoren von A und schreiben sie $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der Eigenvektoren.
- (c) Leiten Sie eine explizite Formel für a_n her. **(2+2+2 Punkte)**

Aufgabe 23: Betrachten Sie die Rekursion

$$a_0 = -2, a_1 = 2$$
$$a_n = -2a_{n-1} + 2a_{n-2} \text{ für } n \geq 2.$$

- (a) Leiten Sie eine Gleichung für die erzeugende Funktion $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ her und lösen Sie diese.
- (b) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von $g(x)$.
- (c) Berechnen Sie die Taylorreihe von $g(x)$ und geben Sie eine geschlossene Formel für a_n an.
- (d) Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$, und geben Sie den Konvergenzradius von $g(x)$ an. **(2+2+2+2 Punkte)**

Aufgabe 24: Sei a_n die Zahl der RNA-Stränge der Länge n , in denen die Base Guanin nie unmittelbar auf sich selbst folgt.

- (a) Zeigen Sie, dass $a_1 = 4$ und $a_2 = 15$ gilt.
- (b) Zeigen Sie, dass für $n \geq 3$ gilt:

$$a_n = 3a_{n-1} + 3a_{n-2}.$$

- (c) Leiten Sie eine explizite Formel für a_n her. **(2+2+2 Punkte)**

Abgabe bis zum 24.11.2016!