

Wintersemester 2016/17

**Diskrete Mathematik****Übungsblatt 9**

**Aufgabe 37:** Zeigen Sie, dass die Dirichlet-Inverse einer multiplikativen Funktion multiplikativ ist.

*Hinweis:* Benützen Sie die Rekursionsformel und ergänzen Sie die Summe um einen geeigneten Term, sodass Sie diese schließlich als Produkt zweier Summen schreiben können.

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 38:** Berechnen Sie die Dirichlet-Inverse der folgenden Funktion:  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = c$ ,  $f(3) = 1$ ,  $f(6) = c$  und  $f(n) = 0$  für alle anderen Werte von  $n$ .

*Hinweis:* Verwenden Sie die Rekursionsformel für die Dirichlet-Inverse. Beachten Sie, dass  $f$  multiplikativ ist. Wie vereinfacht das die Rechnung (beachten Sie Aufgabe 37)?

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 39:** Sei  $n = \sum_{i=0}^{\ell} 10^i a_i$  die Dezimaldarstellung einer Zahl  $n \in \mathbb{N}$ ,  $Q'(n) = \sum_{i=0}^{\ell} (-1)^i a_i$  ihre alternierende Ziffernsumme,  $Q_2(n) = \sum_i (a_{2i} + 10a_{2i+1})$  ihre Ziffernsumme zweiter Stufe und  $Q_k(n) = \sum_i (a_{ki} + 10a_{ki+1} + \dots + 10^{k-1} a_{ki+k-1})$  ihre Ziffernsumme  $k$ -ter Stufe.

(a) Zeigen Sie  $11 \mid n \iff 11 \mid Q'(n)$ .

(b) Zeigen Sie  $11 \mid n \iff 11 \mid Q_2(n)$ .

(c) Bestimmen Sie eine gewichtete Ziffernsumme  $Q_{(g)}(n) = \sum_{i=0}^{\ell} g_i a_i$  so, dass die Teilbarkeitsregel  $101 \mid n \iff 101 \mid Q_{(g)}(n)$  gilt.

(d) Bestimmen Sie das kleinste  $k$ , für das  $101 \mid n \iff 101 \mid Q_k(n)$  gilt.

(e) Gibt es Zusammenhänge zwischen den Aufgaben (c) und (d)?

**(2+1+2+1+1 Punkte)**

**Aufgabe 40\*:** Ist die Faltung zweier vollständig multiplikativer Funktionen eine vollständig multiplikative Funktion?

**(1 Bonuspunkt)**

**Abgabe bis zum 22.12.2016!**