

## 6. Aufgabenblatt

**Aufgabe 6.1.** (5 Punkte) Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen  $f: D_2(0) \rightarrow \mathbb{C}$  keine holomorphe Stammfunktion besitzen. Hier  $D_2(0)$  ist der Ball mit Radius 2 um 0 in  $\mathbb{C}$ .

- a)  $f(z) = |z|^2$
- b)  $f(z) = \operatorname{Re}(z)$

**Aufgabe 6.2.** (5 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integral entlang des positiv orientierten Randes  $\partial R$  des Rechtecks  $R = \{a + bi \mid a \in [0, 3], b \in [-2, 2]\}$ .

- a)  $\int_{\partial R} \frac{1}{z - 3i} dz$
- b)  $\int_{\partial R} (\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)) dz$
- c)  $\int_{\partial R} \exp(z) dz$

**Aufgabe 6.3.** (5 Punkte) Sei  $k$  eine nicht negative ganze Zahl und  $r$  eine positive reelle Zahl.

- a) Geben Sie für jedes  $k$  und  $r$  eine geschlossene Kurve  $\gamma_{k,r}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$  entlang des Kreises um den Ursprung mit Radius  $r$ , die sich  $k$ -mal um den Ursprung windet.
- b) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\gamma_{k,r}} \frac{1}{z} dz.$$

**Aufgabe 6.4.** (5 Punkte) Sei  $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$  eine stückweise glatte, geschlossene Kurve. Zeigen Sie, dass

$$\int_{\gamma} z dz = 0$$

ohne Verwendung einer Integralformel.