12. Jan. 1979: Nicht integrable Systeme in der Nähe von integrablen.

Die Lösungsstruktur dieser Hamilton'schen Systeme ist sehr kompliziert wegen der Resonanzen; es existieren Lösungen von völlig verschiedenem Verhalten über ∞-lange Zeiten ganz nahe beieinander. Die Situation kann verglichen werden mit einem Schwamm, der solide Teil besteht aus stabilen Kroneckersystemen, also quasiperiodischen Lösungen, in den vielen Löchern, die überall dicht sind, leben die hyperbolischen Phänomene, die durch Verfilzung zu einer sehr langsamen Diffusion durch den Phasenraum Anlass geben, und somit wahrscheinlich zu unbeschränkten Lösungen. Die Frage nach der topologischen Stabilität ist noch offen.

E. Zehnder.

19. 1. 1979

On embedding ring and field topologies

The question to be considered in this talk is the following: If K is a field with K_0 a subfield of K and if $\mathcal{T}$ is a ring (field) topology on K_0, then does there exist a ring (field) topology $\mathcal{T}'$ on K such that $\mathcal{T}'|K_0 = \mathcal{T}$ [or $\mathcal{T}'|K_0 \subseteq \mathcal{T}$]? Furthermore, if one can find such a $\mathcal{T}'$, one would like for $\mathcal{T}'$ to retain if possible any interesting properties held by $\mathcal{T}$.

It is not known in general whether such extension topologies always exist. However, for some interesting classes of fields, such extensions can be found.

A review will be given of some of the known results, and of some of the strategies which have been used to attack the problem. Work by L. Hinrichs, K-P Podewski, H. Weber and the speaker will be discussed. Particular attention will be given to the following approach: Take a sequence $K_0 \subseteq K_1 \subseteq \cdots \subseteq K_\alpha \subseteq \cdots$ of subfields from K_0 up to K such that $K_{\alpha+1}$ is a simple extension over K_α. Find a procedure which allows for extending the topology from K_α to $K_{\alpha+1}$. Axioms are presented which assure that one can get a topology on $K = \bigcup_\alpha K_\alpha$. This approach can be shown to bring together some apparently diverse strategies for attacking the embedding problem.

John O. Kiltinen
John O. Kiltinen
Northern Michigan University
Marquette, Michigan 49855
USA

26. 1. 1979 Primitive Ideale in der Einhüllenden einer halbeinfachen Lie-Algebra

Der Vortrag beschäftigte sich mit der (zunächst nur mengentheoretischen) Beschreibung des Raums $\mathfrak{X}$ der primitiven Ideale in der universellen einhüllenden Algebra $U(\mathfrak{g})$ einer halbeinfachen $\mathbb{C}$-Lie-Algebra $\mathfrak{g}$, insbesondere der Fasern $\mathfrak{X}_\lambda$ der Abbildung $\mathfrak{X} \to \mathrm{Max}\, Z(\mathfrak{g})$, wo $Z(\mathfrak{g})$ das Zentrum von $U(\mathfrak{g})$ ist. $I \mapsto I \cap Z(\mathfrak{g})$
Unter Konzentration auf den Fall $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ und λ ganzzahlig wurde Duflos Beschreibung der primitiven Ideale als Annullatoren einfacher Faktoren von Verma-Moduln dargestellt und das Konzept der τ-Invarianten (Borho-J.) und der verallgemeinerten τ-Invarianten entwickelt $\boxed{\text{(Vogan)}}$. Darauf aufbauend wurde Josephs Klassifikation für $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ mit Hilfe der Robinson-Schensted-Abbildung skizziert.

Jens C. Jantzen
(Bonn)

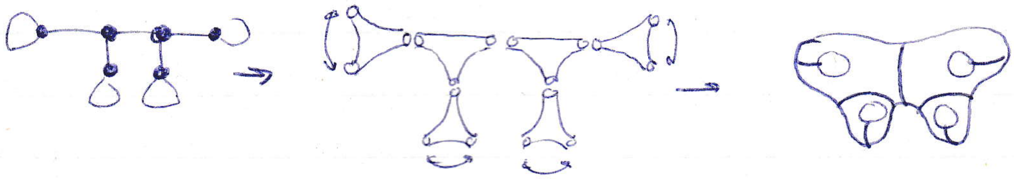
2.2.79. Teichmüllerräume und hyperbolische Trigonometrie.

Es werden kompakte Riemannsche Flächen vom Geschlecht $g \geq 2$ betrachtet. Auf Grund der Uniformisierungstheorie gibt es darauf stets genau eine mit der konformen Struktur verträgliche Riemannsche Metrik der Krümmung -1. Ist umgekehrt eine Differentialgeometrische Fläche konstanter Krümmung -1 vorgegeben so gibt es bis auf Orientierungsumkehrung genau eine damit verträgliche konforme Struktur. Die Frage nach der Menge aller komplexen Strukturen ist mit der Frage nach allen Riemannschen Metriken konstanter Krümmung -1 aequivalent. Im folgenden wird der Differentialgeometrische Standpunkt angenommen. Sei R_g die Menge der kpt. R. Fl. von festem Geschlecht $g \geq 2$, und T_g die von Teichmüller eingeführte Menge aller markierten Riemannschen Flächen. Auf T_g operiert eine Gruppe M_g stark diskontinuierlich, aber nicht fixpunktfrei, sodass $R_g = T_g / M_g$. Der folgende Satz ist klassisch:

Auf T_g gibt es eine analytische Struktur mit folgenden Eigenschaften:

1. T_g ist analytisch diffeomorph zu $\mathbb{R}^{6g-6}$
2. M_g operiert durch analytische Diffeomorphismen
3. Die Längen von geschlossenen Geodätischen sind analytische Funktionen der Parameter

Dieser Satz wurde neu bewiesen durch Herstellung eines konkreten Modells von T_g.



Das Modell wird nach dem Muster eines kubischen Graphen durch Zusammensetzen von Flächen der Signatur (0,3) gewonnen. Dazu stehen $3g-3$ Längen- und $3g-3$ Drehparameter zur Verfügung. Die Längen von Geodätischen lassen sich in diesem Modell durch trigonometrische Formeln beschreiben. Daraus kriegt man den Satz auf Grund eines Resultates von R. Baer aus der Flächentopologie.

P. Buser
(z.Z. Bonn)

2.3.79 p-Gruppen und Raumgruppen.

p-Gruppen maximaler Klasse sind von Blackburn, C. Leedham-Green und S. McKay untersucht worden. Dabei zeigte sich, daß es unendliche Serien solcher Gruppen gibt, die als Faktorgruppen einer zerfallenden Erweiterung eines $\mathbb{Z}$-Gitters mit einer auf diesem ~~operi~~ treu und einfach operierenden zyklischen Gruppe der Ordnung p ~~gibt~~ erhalten werden. In Verallgemeinerung dieser Situation erhält man Serien von p-Gruppen konstanter Koklasse als Faktorgruppen von Raumgruppen, deren Punktgruppe eine einfach operierende p-Gruppe ist. Es wird charakterisiert, wann zwei solche Raumgruppen isomorphe Serien von p-Gruppen liefern. Insbesondere können mit dieser Charakterisierung die von 4-dimensionalen Raumgruppen gelieferten Serien von 2-Gruppen konstanter Koklasse klassifiziert werden.

Aus dem Studium einer dieser Serien von Gruppen ergab sich insbesondere eine Familie von Gegenbeispielen zu der "class-breadth-conjecture" in Gestalt folgender Aussage:
Zu jedem $n \in \mathbb{N}$ gibt es eine 2-Gruppe P mit

$$c(P) - b(P) > n$$

wobei $c(P)$ die Nilpotenzklasse von P, $p^{b(P)}$ die Länge der größten Konjugiertenklasse von P ist.

Joachim Neubüser, Aachen

5. 3. 1979. Transmission problems and Fredholm pairs of subspaces.

The theory of Fredholm pairs of subspaces of a fixed Banach space has been developped by T. Kato as a tool to discuss perturbation problems for not necessarily bounded operators. The theory was a generalisation of the notion and ideas of the Fredholm operators theory. In this lecture we show the natural connection of Fredholm pairs with boundary value problems for elliptic p.d.e., or, more specifically, with transmission problems. The classical example is given by the Riemann transmission problem of function theory

$$(*) \qquad \phi^+(t) = g(t)\phi^-(t) + h(t) \quad , \quad t \in \Gamma$$

where Γ is the common boundary of two complementary domains M^+ and M^- of the Riemann sphere. More generally, on a compact manifold M decomposed into the sum $M = M^+ \cup \Gamma \cup M^-$, $\Gamma = \partial M^+ = \partial M^-$, of arbitrary dimension transmission problems connected with consideration of projection of solutions of homogeneous elliptic p.d.e. $Au = 0$ in M^+ and M^- respectively, onto the Cauchy data

$$u \longrightarrow u|_\Gamma \, , \; \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_\Gamma \, , \quad \ldots \quad , \; \frac{\partial^{m-1} u}{\partial n^{m-1}}\Big|_\Gamma$$

(m is the order of A) n - normal vector field on Γ) are discussed. Index of the corresponding Fredholm pair is expressed via the index of the elliptic operator A on the compact manifold M. Natural Fredholm pairs - or Fredholm relations - arise on cobordism classes. This opens a new way to proof of general index formula for elliptic p.d.e. on compact manifolds. The transmission problem $(*)$ is given also an abstract formulation and it is shown, among other facts, that the general Fredholm pair can always be interpreted as generated by an abstract Riemann problem (*). this corresponds to the known fact that a general Fredholm operator can be always interpreted as a shift operator.

B. Bojarski – Warsaw University
POLAND

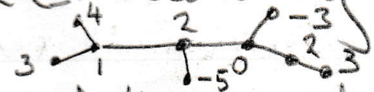
20. 4. 1979 Approximation von Irrationalzahlen

Es wird die App. von reellen Zahlen besprochen. Zunächst wird ein Überblick gegeben, sowohl in geschichtlicher Hinsicht, wie auch in numerischer Hinsicht. Ferner wird die App. von reellen Zahlen durch Brüche $\frac{x}{z}$ besprochen, wo x, y, z Lösung der Gl. $x^2+y^2=z^2$ sind. Verallgemeinerungen werden besprochen. Es wird ein Zusammenhang zur Gleichverteilung hergestellt. Es werden einige Vermutungen aufgestellt.

Hlawka

– first considered by John Conway

31-4-79 **Algebraic knots** (>70% of tabulated knots are algebraic!)

These knots (or links) are also called knots of plumbing type because they are obtained by <u>plumbing</u> together in R^3 finitely many twisted but unknotted 2-dimensional bands  according to an integrally weighted planar tree such as 

. (The tree is <u>in</u> the plane, and even the position of the weight at a vertex counts.)

These knots are <u>not</u> the iterated torus knots and links that are cut out by an algebraic curve in $\mathbb{C}P(2)$ on the boundary of a small ball about a singular point. However I point out that they do arise readily in algebraic geometry from isolated algebraic surface singularities. For this the algebraic surface should be defined by equation(s) with real coefficients so that complex conjugation τ on the ambient space induces an involution on the surface fixing the singular point. If M^3 is boundary of a τ-equivariant regular neighborhood of the singularity, M^3/τ will be S^3 provided the singularity resolves into a tree-like configuration of genus zero curves; and the fixed point set will be an algebraic knot.

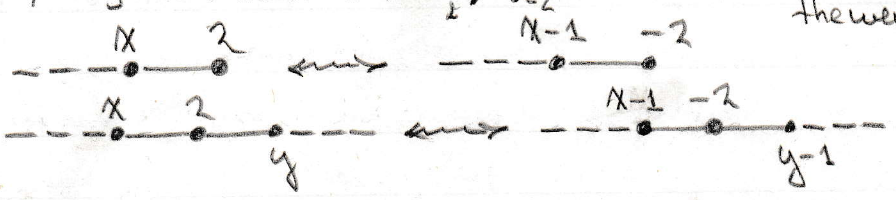
<u>Theorem 1</u> Prime algebraic knots are classified by (rather small!) <u>equivalence</u> classes of <u>special</u> planar trees.

A weighted planar tree is <u>special</u> if after deletion of all polyvalent vertices, weights are of alternating sign (and non-zero) on each remaining component, <u>and</u> weight ± 1 does not occur at any extremity of such a component.

The rules of equivalence are of two sorts

No change if x even; if x odd this part is altered by reversal of cyclic order at each vertex at odd distance from the vertex where the weight has migrated.

<u>Flips</u>: 

<u>Thefts</u>. 

<u>Exceptional Cases</u> (for theorem) trivial knot O ↔ • ±1 ; trivial link OO ↔ • 0 } exceptional special graphs

There are simple rules to reduce any weighted planar tree to special form (or a 'sum' of such if the corresponding knot is not prime).

The classification of the 2-fold branched cyclic coverings of algebraic knots (these are precisely the tree manifolds of von Randow) is according to the abstract special trees (planar embeddings forgotten), now up to just theft equivalence. After mild generalization one has a classification of all the graph-manifolds (boundaries of 4-dimensional plumbings of disc^2 bundles over closed surfaces); it is a reformulation of Waldhausen's classification, that should (finally!) appeal to algebraic geometers.

Theorem 2. The group of automorphisms of a sufficiently large* prime algebraic knot (taken up to isotopy respecting the knot) is finite. (We must assume here the knot connected or at least without a configuration ). Indeed this group can be realized, after repositioning the knot, as a finite subgroup of $O(4)$ = isometries of S^3. This group is either the automorphism group of the classifying special graph (modulo equivalences), or a $\mathbb{Z}_2$ central extension thereof. For connected knots, this automorphism group can be shown to coincide with the outer automorphism group of the π_1 of the complement (at least if the knot is amphicheiral or we restrict to degree +1 automorphisms); also one can show (via Thurston's hyperbolization theorem) that the complement is hyperbolic of finite volume. This provides a large class of hyperbolic manifolds with known isometry group.

Note that the automorphism group up to isotopy of a sufficiently large graph manifold is infinite because of Dehn twists; so we have here phenomena not suggest by looking at the 2-fold coverings.

Larry Siebenmann (Orsay)

(on joint work with Francis BONAHON)

* This means the 2-fold branched cyclic cover contains an incompressible surface; for connected knots this amounts to excluding special graphs that are stars with 3 branches. This condition should be entirely removed.

4.5.79. Ring theory and enveloping algebras.

The lecture is concerned with work of A. Joseph and L. W. Small which applies certain methods of noetherian rings to the structure of prime ideals of the universal enveloping algebra of a finite dim^l. Lie algebra $\underset{\sim}{a}$. The main theorem is:-

Let A be a factor algebra of the enveloping algebra $U(\underset{\sim}{a})$. Assume that A embeds in a prime ring B with $1_A = 1_B$ and B is f.g. $U(\underset{\sim}{a}) \otimes U(\underset{\sim}{a})$ module of locally ad $\underset{\sim}{a}$ finite elements. Taking $P_1, \ldots, P_r$ to be the minimal primes of A then (1) $d(A/P_i) = d(A)$

(2) $\exists$ +ve integers z_i and $\sum_{i=1}^{r} z_i \, rk(A/P_i) = rk B$

where $rk(B)$ denotes the size of matrices over-lying in the simple artin. quot. ring of B.

The ~~[illegible]~~ method is to employ the Gelfand-Kirillov dimension of an algebra (finitely generated only) or module as though it were the Krull dimension (as in non-commutative rings or modules). Indeed they coincide in some algebras (PI rings e.g.). Instead of K symmetry we have GK-bi smoothness, for left K-homogeneity ~~a~~ we have left smoothness. In the event (1) is proved by showing that A is a bi smooth algebra, including a neat application of Kaplansky's concept of middle annihilator (the minimal primes belong to that fraternity) whilst (2) is proved by showing that A has an artin quotient ring $\mathcal{C}^{-1}A$ and that B localises under $\mathcal{C}$ (indeed $\mathcal{C}^{-1}B$ = quotient ring B). Thus problem (2) reduces to a classical one on artinian rings.; it is solved firstly by a reduction to the primary case using central idempotents ($r=1$ now) and for this case showing that $rk(A/P_2)\, rk(Bf) = rk B$ where f is a primitive idempotent of B.

The analysis applies to certain ~~$\underset{\sim}{a}$~~ $\underset{\sim}{a}$ complex semi-simple including those of the Cartan (A)-series and yields the Jantzen conjecture for these.

Alfred Goldie (Leeds).

Bayes-Statistik für Prozesse mit nicht-linearer Struktur 11. 5. 79

Untersucht werden teilweise beobachtbare Markov-Prozesse $(\eta_t, \xi_t)_{t \in \mathbb{N}}$, η_t der beobachtbare Anteil. Gesucht ist eine Beschreibung von ξ_t, gegeben die Beobachtungen $(\eta_1, \dots, \eta_t)$.

Existieren Exponentialfamilien von Verteilungen, die für alle t die bedingten Verteilungen ${}^{\eta_t}P(\ |\xi_t)$, ${}^{\xi_t}P(\ |\eta_1, \dots, \eta_{t-1})$ bzw. ${}^{\xi_t}P(\ |\eta_1, \dots, \eta_t)$ enthalten, so existiert eine suffiziente Statistik ϑ_t fester Dimension — entsprechend der bekannten Situation bei unabhängigen Stichproben. ϑ_t kann rekursiv/transitiv berechnet werden: es existiert ein endlich-dimensionales Filter-system $\vartheta_t = \varphi_t(\vartheta_{t-1}, \eta_t)$. φ_t ist dabei eine affine Transformation, die aus den Modellparametern direkt berechnet werden kann. Umgekehrt gilt unter Regularitätsvoraussetzungen: existiert ein endlich-dimensionales Filter-System, so bilden die Verteilungen $\{{}^{\eta_t}P(\ |\xi_t)\}, \dots$ Exponentialfamilien.

Der Filter-Prozeß ϑ_t liefert die gewünschte Beschreibung: ξ_t ist unter $P(\ |\eta_1, \dots, \eta_t)$ entsprechend dem Parameter ϑ_t verteilt (ϑ_t natürlicher Parameter der invarianten Exponentialfamilie $\{{}^{\xi_t}P(\ |\eta_1, \dots, \eta_t)\}$.)

G. Sawitzki, Bochum

27.4.79 Nullstellensätze im p-adischen.

Es sei K ein p-adisch abgeschlossener Körper. Es wird eine notwendige und hinreichende Bedingung angegeben dafür, daß ein Polynom $g \in K[x_1, \dots, x_n]$ an allen K-rationalen Nullstellen von gegebenen Polynomen $f_1, \dots, f_r \in K[x_1, \dots, x_n]$ verschwindet. Diese Bedingung lautet: eine hinreichend große Potenz g^N läßt sich darstellen in der Form $g^N = \sum \lambda_i f_i$ wobei $\lambda_i \in R.K[x_1, \dots, x_n]$. Hierbei bezeichnet R den Kochen-Ring des rationalen Funktionenkörpers $F = K(x_1, \dots, x_n)$; er besteht aus allen Quotienten der Form $\frac{u}{1+\pi v}$ wobei $u, v \in \mathbb{Z}[\gamma(F)]$ und π ein Primelement von K; wie üblich bezeichnet $\gamma(z) = \frac{1}{\pi}\left((x^q - x) - (x^q - x)^{-1}\right)^{-1}$, q = Restklassenzahl von K, den zum Körper K gehörigen Kochen-Operator.

Der genannte Nullstellensatz läßt sich verallgemeinern auf beliebige offen-abgeschlossene Teilmengen von nichtsingulären Varietäten (statt K^n). Er läßt sich birational invariant deuten als Strukturaussage über die Holomorphieringe der konstruierbaren Mengen auf dem zu F gehörigen Riemannschen Raum: diese Ringe erfüllen die Jacobsonsche Radikalbedingung für alle endlich-erzeugbaren Ideale. Im Vortrag wurden auch Anwendungen des Nullstellensatzes erwähnt, nämlich auf die Untersuchung der Lösungen von p-adischen diophantischen Gleichungen. – Der Beweis des Nullstellensatzes benutzt Resultate und Methoden aus der Modelltheorie im Sinne der mathematischen Logik, nämlich den Satz über die Modell-Vollständigkeit der p-adisch-abgeschlossenen Körper endlicher Verzweigung.

Peter Roquette (Heidelberg)

Unregelmäßigkeiten in der Verteilung der Primzahlen

Es sei $\Delta_1(x) = \pi(x) - \mathrm{li}\,x = \sum\limits_{p \le x} 1 - \int\limits_0^x \frac{dt}{\log t}$ und

$$\Delta(x) = \psi(x) - x = \sum_{p^m \le x} \log p - x$$

Ein Problem von Littlewood vom Jahre 1937 ist eine untere Abschätzung des Restgliedes $\Delta(x)$ zu geben was für unendlich viele ~~xx~~ $x_1 < x_2 < \dots$ $x_n \to \infty$ gelten muß, und was in effektiver Weise von einer Nullstelle der Zetafunktion abhängig ist. Turán (1950) hat die Ungleichung bewiesen:
Falls $\zeta(\rho_0) = 0$ dann ist

$$\max_{x \le T} |\Delta(x)| > \frac{T^{\beta_0}}{|\rho_0|^{\frac{10 \log T}{\log_2 T}}} \exp\left(-c \frac{\log T \log_3 T}{\log_2 T}\right)$$

Satz 1. Falls $\zeta(\rho_0) = \zeta(\beta_0 + i\gamma_0) = 0$, und $H > C(\rho, \varepsilon)$ dann ~~ist~~ sind im Intervalle $[H, H^{100 \log|\rho_0|}]$ x' und x'' Werte mit

$$\Delta(x') > (1-\varepsilon)\frac{x'^{\beta_0}}{|\rho_0|} \quad \text{und} \quad \Delta(x'') < -(1-\varepsilon)\frac{x''^{\beta_0}}{|\rho_0|}$$

Riemann hat vermutet $\pi(x) < \mathrm{li}\,x$, d.h. $\Delta_1(x) < 0$
Littlewood hat (1914) bewiesen, daß diese Vermutung falsch ist, nämlich $\Delta_1(x)$ hat unendlich viele Vorzeichenwechsel. Für die Anzahl der Vorzeichenwechseln $V_1(Y)$ von $\Delta_1(x)$ im Intervall $[2, Y]$ ~~xx~~ haben Knapowski und Turán untere Abschätzungen gegeben.

<u>Satz 2</u>: $V_1(Y) > c_1 \frac{\log Y}{(\log\log Y)^3}$ für $Y > Y_0$

János Pintz
(Budapest / Frankfurt)

(18.5.79)

25.5.79.

We discuss here the Weyl-Macdonald-Kac identities and some of their applications. A generalized Cartan matrix is an $l \times l$ matrix (A_{ij}) of integers satisfying $A_{ii}=2$, $A_{ij} \leq 0$ if $i \neq j$, $A_{ij}=0 \Leftrightarrow A_{ji}=0$. Such a matrix and a field K of characteristic 0 determine a Lie algebra $\mathfrak{g}$ by the presentation
$\langle e_1, \ldots, e_l, h_1, \ldots, h_l, f_1, \ldots, f_l \mid [h_i h_j]=0,\ [h_i e_j] = A_{ij} e_j,\ [h_i f_j] = -A_{ij} f_j,$
$[e_i f_j] = \delta_{ij} h_i \ (\forall i,j),\ (\operatorname{ad} e_i)^{-A_{ij}+1} e_j = 0,\ (\operatorname{ad} f_i)^{-A_{ij}+1} f_j = 0 \ \forall i \neq j \rangle$.
All finite dim^l complex simple Lie algebras arise in this way and their Cartan matrices classify them. We are interested in the generalized Cartan matrices which do not determine a finite dimensional algebra.

Let $\mathfrak{h} = \sum_{i=1}^{l} K h_i$ and let W be the group generated by the involutions $r_1, \ldots, r_l$ defined by $r_i h_j = h_j - A_{ij} h_i$. This is the Weyl group. Let $Z = \mathbb{Z}\alpha_1 + \cdots + \mathbb{Z}\alpha_l$ be a free abelian group and use it to grade $\mathfrak{g}$ via $e_i \leftrightarrow \alpha_i$, $f_i \leftrightarrow -\alpha_i$, $h_i \leftrightarrow 0$. Then
$$\mathfrak{g} = \sum_{\alpha \in Z} \mathfrak{g}^\alpha$$
where $\mathfrak{g}^\alpha$ is the span of elements of degree α in $\mathfrak{g}$. $\alpha \in Z$ is a root if $\mathfrak{g}^\alpha \neq (0)$. Let Δ be the set of roots. $\Delta = \Delta^+ \cup \Delta^- \cup (0)$ where $\Delta^+ = \{\alpha = \sum c_i \alpha_i \mid c_i \geq 0\ \forall i\} - (0)$, $\Delta^- = -\Delta^+$. W is made to act on Δ by $r_i \alpha_j = \alpha_j - A_{ij} \alpha_i$. W stabilizes Δ. If we assume $\det(A_{ij}) \neq 0$ then $\Delta \hookrightarrow \mathfrak{h}^*$ by $\alpha_i(h_j) = A_{ji}$. The action of W on Δ is then the transpose action.

Let $\lambda \in \mathfrak{h}^*$ be dominant integral $(\lambda(h_i) \in \mathbb{Z}_{\geq 0}\ \forall i)$
$\exists$ a unique irreducible $\mathfrak{g}$-module M s.t. 1) M is a direct sum of weight spaces M^μ relative to $\mathfrak{h}$, 2) M^λ is 1 dim^l 3) the weights are all of the form $\lambda - \sum c_i \alpha_i$, $c_i \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$. Let $\operatorname{ch}(\lambda) = \sum \dim M^\mu e(\mu)$ be the character of λ.
Assume (A_{ij}) is symmetrizable ($\operatorname{diag}\{q_1, \ldots, q_l\} \cdot (A_{ij})$ is symmetric for suitable q_i's). Then (1) $\operatorname{ch}(\lambda) = \sum_{w \in W} \operatorname{sgn} w\, e(w(\lambda+\rho)) \Big/ \sum_{w \in W} \operatorname{sgn} w\, e(w\rho)$

Weyl-Macdonald-Kac identities. (2) $$\sum_{w \in W} \operatorname{sgn} w\, e(w\rho) = e(\rho) \prod_{\alpha \in \Delta_+} (1 - e(-\alpha))^{\dim \mathfrak{g}^\alpha}$$

where $\rho \in \mathfrak{h}^*$, $\rho(h_i) = 1\ \forall i$
and $\operatorname{sgn}: W \to \{\pm 1\}$ is the alternating character on W.

Applications

(1) When (A_{ij}) is Euclidean the results of them specialize to identities for $\varphi(q) = \prod_{n=1}^{\infty}(1-q^n)$ and $\eta(q) = q^{1/24}\prod(1-q^n)$

(2) When $(A_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$ $ab > 4$ then there exists a uniformly associated quasi-regular cusp. The local ring of this cusp is linearly generated (in the sense of convergence) by a correct rewriting of the numerators $f_{\lambda+\rho} = \sum \text{sign}\, w\; e(w(\lambda+\rho))$ and the characters, the numerators being skew els., the characters symmetric elements. The local ring of the regular point obtained by folding the cusp is uniformized by $ch(\omega_1), ch(\omega_2)$ where ω_1, ω_2 are the fundamental weights. The singularity of the cusp is described by the equation $f_\rho^{\,2} = F(ch(\omega_1), ch(\omega_2))$.

R. V. Moody, Saskatchewan

1.6.79.

We discuss here some "commutative" properties for the enveloping algebra $U(\mathfrak{g})$ of a nilpotent Lie algebra $\mathfrak{g}$ over a field k of characteristic 0 and $\dim_k \mathfrak{g} < +\infty$.

Prop. 1 Let P be a prime ideal of $U(\mathfrak{g})$, $R = U(\mathfrak{g})_P$ (the localization at P) and $\mathfrak{a}$ a 2-sided ideal of R; then we have:

$$\dim R = \dim R/\mathfrak{a} + \text{grade}_R\, R/\mathfrak{a}$$

where "dim" means the Krull dimension (classical - or in the sense of Gabriel - Rentschler - it is the same) and where $\text{grade}_R M$ is the grade (of Rees) of a (left) R-module M i.e. $\text{Inf}\{ i \mid \text{Ext}^i_R(M, R) \neq 0 \}$

One fact used for Prop 1 is the catenarity of R.

Prop. 2 Suppose k algebraically closed field. Then every maximal ideal $\mathfrak{m}$ of $U(\mathfrak{g})$ possesses a centralizing and regular system of generators $z_1, \dots, z_t$ such that: for any u, $1 \leq u \leq t$, if Q is a prime ideal of the ring $A = U(\mathfrak{g})/(z_1, \dots, z_u)$ then A_Q is regular in the sense that the radical of A_Q, QA_Q, can be generated by a regular, centralizing sequence.

~~Prop~~ Let $R = U(\mathfrak{g})_{\mathfrak{p}}$, as in prop. 1, Let $\mathfrak{m} = \mathfrak{p}U(\mathfrak{g})_{\mathfrak{p}}$ and $n = \dim R$. We note.

$$H^n_{\mathfrak{m}}(-) := \varinjlim_k \operatorname{Ext}^n_R\left(\frac{R}{\mathfrak{m}^k}, -\right)$$

It is known that the bi-R-module $H^n_{\mathfrak{m}}(R)$ is, as left R-module, the injective envelope of the left R-module $R/\mathfrak{m}$.

Prop 3 If $H^n_{\mathfrak{m}}(R)$ is also a right injective R-module, if $\mathfrak{a}$ is a proper 2-sided ideal of R then

$$H^d_{\mathfrak{m}}(R/\mathfrak{a}) \neq 0$$

for $d = \dim R/\mathfrak{a}$.

Marie Paule Malliavin - Paris

8.6.1979 Topologisierung abelscher Gruppen

Es werden Mächtigkeitsuntersuchungen im Verband aller Gruppentopologien auf einer abelschen Gruppe durchgeführt. Der gen. Verband besitzt für den Fall einer unendlichen abelschen Gruppe A genau $2^{2^{|A|}}$ viele Elemente (Kiltinen 1974, Podewski 1974). Von besonderem Interesse für die Theorie der abelschen Gruppen sind die linearen Hausdorfftopologien (z.B. p-adische, Z-adische, Prüfer-Topologie etc). Nichtdiskrete lineare Hausdorfftopologien lassen genau diejenigen abelschen Gruppen zu, die nicht der Minimalbedingung genügen (wohlbekannt). Unbekannt ist jedoch, wie groß die Mächtigkeit der Menge $\mathcal{L}(A)$ aller linearen Hausdorfftopologien auf der abelschen Gruppe A ist. Das Problem der Bestimmung von $|\mathcal{L}(A)|$ kann zurückgeführt werden auf die Berechnung $|\mathcal{L}(F^1 (+) \dots (+) F^n)|$, wobei $F^1 (+) \dots (+) F^n$ subdirekte Summe der Untergruppen $F^1, \dots, F^n$ von $(\mathbb{Q}, +)$ ~~ist~~, d.h. im wesentlichen eine torsionsfreie Gruppe endlichen Ranges ist. $|\mathcal{L}(F^1 (+) \dots (+) F^n)|$ kann in einigen Fällen (jedoch nicht allen möglichen) angegeben werden. Dabei treten sowohl die Fälle $|\mathcal{L}(F^1 (+) \dots (+) F^n)| = 2^{2^{\aleph_0}}$ als auch $2^{\aleph_0}$ ein, letzteres sogar bei einigen Gruppen der gen. Art, die die Maximalzahl von Untergruppen, nämlich $2^{\aleph_0}$ haben.

Jürgen Heine, Hannover

1/6/79 Normal subalgebras and induced representations.

Let G be a finite group and N a normal subgroup, so that the Clifford theory gives a description of the representation theory of G in terms of that for N and G/N. Then we wish to know what special properties of the group algebra $L(N)$ as a subalgebra of $L(G)$ are responsible for the Clifford theory. The first observation is that if $I \in \widehat{L(G)}$, the set of maximal ideals of $L(G)$, then $x(I \cap L(N))x^{-1} = I \cap L(N)$ so that $L(G)(I \cap L(N)) = (I \cap L(N))L(G)$.

Def. If B is a subalgebra of A and J is an ideal of B, then J is <u>A-invariant</u> if $AJ = JA$.

Def. If B is a semisimple subalgebra of the f.d. semisimple algebra A, then B is normal in A if $\forall I \in \hat{A}$, $I \cap B$ is A-invariant.

Proposition. If B is normal in A, and if we say that J and J' in $\hat{B}$ are equivalent if $\exists I \in \hat{A}$ with $J \supseteq I \cap B$, $J' \supseteq I \cap B$, this is an equivalence rel.

This generalizes the partition of $\widehat{L(N)}$ into orbits under the action of G.

Def. Let B be normal in A and let $J \in \hat{B}$. Then a stability subalgebra is a subalgebra C of A containing B such that

1. B is normal in C
2. J is C-invariant
3. $A = AJ + JA + C$

Prop. Stability subalgebras exist, and there is a maximal and a minimal one.

Theorem. If W is an irreducible A-module of annihilator I and if $J \in \hat{B}$ with $I \cap B \subseteq J$, then W is induced from an irred C-module for any stability subalg for J.

The above can be generalized considerably, e.g to non-semi-simple situations. (Marc Rieffel, Univ. of Cal, Berkeley and Univ. of Copenhagen)

15.6.1979 Kohomologie von Kongruenzuntergruppen von $SL_n(\mathbb{Q})$ und automorphe Formen

Sei Γ eine torsionsfreie Kongruenzuntergruppe von $SL_n/\mathbb{Q}$; bezeichne mit $H^*(\Gamma, E)$ die Kohomologie von Γ mit Werten in einer endlich dimensionalen irreduziblen rationalen Darstellung (ρ, E), gebildet durch den Komplex der Γ-invarianten C^∞-E-wertigen Differentialformen auf dem assoziierten symmetrischen Raum $X = SO(n)\backslash SL_n(\mathbb{R})$. In dem Vortrag wurde der allgemeine Versuch diskutiert, die Kohomologie von Γ im Unendlichen mit der Hilfe von Langlands' Theorie der Eisensteinreihen zu beschreiben. Die Kohomologie der verschieden Seiten des Randes $\partial(\overline{X}/\Gamma)$ der Borel-Serre-Kompaktifizierung $\overline{X}/\Gamma$ von X/Γ wurde berechnet, und dann die natürliche Restriktion $r: H^*(\Gamma, E) \cong H^*(\overline{X}/\Gamma, E) \longrightarrow H^*(\partial_B, E)$ auf die Kohomologie der Seiten maximaler Kodimension betrachtet. Zu einer Klasse $\varphi \in H^*(\partial_B, E)$ wurde eine Eisensteinreihe $E(\varphi, \Lambda)$ assoziiert, die von einem komplexen Parameter Λ abhängt. Wertet man sie an einem speziellen Punkt Λ_0 aus, so kann $E(\varphi, \Lambda_0)$ als Form auf X/Γ interpretiert werden. Mit dieser Methode erhält man harmonische geschlossene Formen auf X/Γ, indem man analytische Fortsetzung solcher Eisensteinreihen oder Residuen an einem Pol nimmt. Dies erbringt $\dim \operatorname{Im} r \geq \frac{1}{|W|} \dim H^*(\partial_B, E)$ (W = Weylgruppe von $SL_n/\mathbb{Q}$) bzw. beschreibt zum Teil die Struktur von $\operatorname{Im} r$. Die Beweismethoden sind u.a. darstellungstheoretischer Art. Ähnliche Ergebnisse liegen für Kongruenzuntergruppen von SL_n/k, k = total reeller algebraischer Zahlkörper, vor.

J. Schwermer
Bonn, SFB 40

22.6.1979 A random walk approach to the Hausdorff moment problem

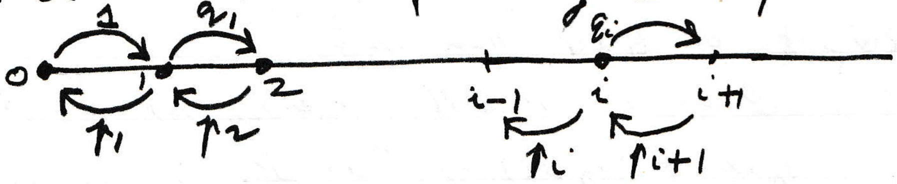
Let μ be a probability measure on $[0,1]$ and

$$c_n = \int x^n \mu(dx)\,, \quad (n=0,1,2,\dots).$$

Given $c_1,\dots,c_{n-1}$ (but not μ), let $\bar{c}_n$ and $\underline{c}_n$ be the largest and smallest possible value for c_n. Let further

$$p_n = (c_n - \underline{c}_n)/(\bar{c}_n - \underline{c}_n)$$

and $q_n = 1 - p_n$. With these "canonical" coordinates one may construct the following 1-step Markov chain:



It is shown that (*) $c_n = P^{(2n)}_{0,0}$ $(n=1,2,\dots)$ with $P^{(m)}_{ij}$ as the probability to go from i to j in m steps, $(\sum_j P^{(m)}_{ij} = 1)$.

This 1:1 correspondence between random walks and probability measures μ yields many new results and simpler proofs, for instance, of the identity

$$\bar{c}_n - \underline{c}_n = p_1 q_1 p_2 q_2 \cdots p_{n-1} q_{n-1} \leq 4^{-n+1}$$

due to Skibinsky (1968).

Additional information is obtained from the natural self-adjoint operator T: $Tf = \sum_j P^{(1)}_{ij} f(j)$ on the Hilbert space with metric

$$\|f\| = \left[\sum_0^\infty \pi_i |f(i)|^2\right]^{1/2} \text{ where } \pi_i = (q_0 q_1 \cdots q_{k-1})/(p_1 \cdots p_k),$$

$(q_0 = \pi_0 = 1)$. The latter was introduced by Karlin and McGregor (1959). Probabilistic properties (recurrence, ergodicity, etc) have direct interpretations in terms of μ or the c_n or the operator T. Truncating the random walk in several ways corresponds to the so-called principal and canonical representations in the theory of moments. Analogous relations exist between the Stieltjes, (Hamburger) moment problem and the birth-and-death process.

J.H.B. Kemperman, Rochester, N.Y.

28.6.79. Ergodic Actions of Compact Abelian Groups on Von Neumann Algebras

The principal problem in the theory of von Neumann algebras is to find a "good" description of isomorphism classes of von Neumann algebras. Unfortunately, a solution to this problem is still far out of sight. Thus, I restrict myself to a sharply reduced problem. Namely, fixing a compact abelian group G, I want to describe von Neumann algebras with faithful ergodic action of G. To be more precise, let $\{\mathcal{M}, \alpha\}$ be a von Neumann algebra equipped with an ergodic faithful action α of G. Given such systems $\{\mathcal{M}, \alpha\}$ an $\{\mathcal{N}, \beta\}$, we consider $\{\mathcal{M} \bar{\otimes} \mathcal{N}, \alpha \otimes \beta\}$ on $G \times G$, then set

$$\mathcal{P} = \{x \in \mathcal{M} \bar{\otimes} \mathcal{N} : (\alpha_s \otimes \beta_{-s})(x) = x, \ \forall s \in G\}.$$

$$\gamma_s(x) = (\alpha_s \otimes 1)(x), \quad x \in \mathcal{P}.$$

It follows that $\{\mathcal{P}, \gamma\}$ is a von Neumann algebra with a faithful ergodic action γ of G. We denote $\{\mathcal{P}, \gamma\} = \{\mathcal{M}, \alpha\} \times \{\mathcal{N}, \beta\}$ or $\alpha \times \beta = \gamma$. Let $[\alpha]$ be the conjugacy class of α and $[G]$ be the set of all conjugacy classes of faithful ergodic actions of G. We then set

$$[\alpha] \cdot [\beta] = [\alpha \times \beta].$$

Next, let $\mathfrak{H}$ be a sufficiently large dimensional Hilbert space and let $\mathcal{A}(\mathfrak{H})$ denote the collection of all faithful ergodic actions of G on von Neumann algebras represented on $\mathfrak{H}$. For each $\xi \in \mathfrak{H}$, we set

$$d_\xi(\alpha, \beta) = \max\{\inf_{x \in \mathcal{M}^1} \inf_{y \in \mathcal{N}^1} \sup_{s \in G} \|[\alpha_s(x) - \beta_s(y)]\xi\|, \inf_{y \in \mathcal{N}^1} \inf_{x \in \mathcal{M}^1} \sup_{s \in G} \|[\alpha_s(x) - \beta_s(y)]\xi\|\}$$

where $\mathcal{M}^1$ and $\mathcal{N}^1$ are both the unit ball of $\mathcal{M}$ and $\mathcal{N}$. With $\{d_\xi : \xi \in \mathfrak{H}\}$ we topologize $\mathcal{A}(\mathfrak{H})$ and equippe $[G]$ with the quotient topology inherited from $\mathcal{A}(\mathfrak{H})$.

<u>Theorem</u>. $[G]$ is a compact abelian group isomorphic to the compact group $X^2(\hat{G}, \mathbb{T})$ of all symplectic bicharacters on the dual group $\hat{G}$. The unit (zero) element is given by $L^\infty(G)$ with translation and the inverse of $[\alpha]$ corresponds to the same action α of G on the opposed algebra $\mathcal{M}^\circ$ of the supporting algebra $\mathcal{M}$ of α.

M. Takesaki 2-

29.6.79 Converse Galois problems over cyclotomic fields.

The problem is to construct for a given number field K and finite group G some extension K' of K with G as a Galois group. A few of examples were known till the last time for the case K equal to Q - field of rational numbers. That's are solvable groups (Ŝafareviĉ) and Weil groups for some Lie algebras (Hilbert). The situation for Q_{ab} is a little better. There were constructed some extensions with group $SL(2, F_p)$, for some p in this case. The report is devoted to the work of G. Bely where he constructed such extensions for Q_{ab} with Galois group of the following list.

1). $GL(n, F_q)$, $SL(n, F_q)$, $PSL(n, F_q)$
2) $SO(2n+1, F_q)$ q - odd
3) $CSp(2n, F_q)$, $Sp(n, F_q)$, $PSp(2n, F_q)$ q - odd and $q \neq 9$ if n is even
4) $U(n, F_q)$, $SU(n, F_q)$, $PSU(n, F_q)$ q - odd, and $q \neq 81$ if n is even.

He used the idea of constructing such extensions from the geometrical point of view due to Hilbert. Consider the covering $p: X \to P^1$ ramified only over three points $(0, 1, \infty)$ in P^1. Since $\pi_1(P^1 \setminus 0, 1, \infty) = F_2$ - free group with two generators, X is defined by subgroup $\Gamma \subset F_2$, of finite index. If Γ is normal in F_2, then p is a Galois covering. If X, p and action of F_2/Γ on X are defined over Q_{ab} then for general point $q \in P^1_Q$, the corresponding residue field of $Q_{ab}[X]/p^{-1}(q)$ would be the desired extension of Q_{ab}. The group F_2/Γ has two generators. G. Bely proved general result about these groups, when corresponding curve X and automorphisms are defined over Q_{ab}.

Th. # Suppose that a, b are generators of finite group B with the property, that if $a' \sim a$, $b' \sim b$, $a'b' \sim ab$ then there exists inner automorphism σ of group B s.t

$\sigma(a) = a'$, $\sigma(b) = b'$, $\sigma(ab) = a'b'$. In these case if we take a homomorphism $F_2\langle x, y\rangle \to B\langle a, b\rangle$, then the corresponding curve X and all automorphisms of X are defined over $\mathbb{Q}_{ab}$.
We can simply find these generators in the groups of the list. This gives a desired result.

F. Bogomolov.

2.7.79. „Two theorems of invariant theory"

Suppose G is a reductive group over algebraic field k, $\bar{k} = k$, char $k = 0$, which acts on a linear space V over k. All points of V can be naturally divided respectively the action of G in three classes.

1) Stable points $\Longleftrightarrow$ $Gx = \overline{Gx}$ and dimension of orbit space Gx is maximal in V.

2) Semistable points. They are divided in two sorts.
 a) $Gx = \overline{Gx}$, but occasionly dim Gx is less then maximal one
 б) $\overline{Gx} \neq Gx$, but $\{0\}$ does not contained in $\overline{Gx}$

3) Unstable points - $\overline{Gx} \ni \{0\}$.

It is well known that invariant polinomials separate all closed orbits in V. For any closed orbid S of group G we obtain a variety $W_S \subset V$, s.t $f(S) = f(x)$, for any $x \in W_S$ and G-invariant polinomial f on V.

Theorem (D. Luna) There exists regular G-morphism. $p_S : W_S \to S$

For the variety W_0 p_0 is trivial. In this case we have to consider the orbit spases of highest weight vectors in spases ~~the~~ of irreducible representations of group G. The characteristic property of these spaces is $\overline{Gx} = Gx \cup \{0\}$. Gx is a cone of lines in some space V_χ, with compact space G/P_χ as a base. We note them A_χ.

Theorem (Bogomolov) For any affine G-invariant subvariety

$x \subset W_0$ there exists a nontrivial morphism $f: X \to A_\chi$ for some χ (χ is a character of maximal torus of G – there is a natural correspondence between characters of maximal torus and irreducible representations V_χ of group G)

F. Bogomolov.

2.7.1979 Ein Spektralabbildungssatz für lokalkompakte Operatorgruppen

Sei G eine kommutative lokalkompakte Gruppe, X ein Banachraum und $U: G \to B(X)$ eine beschränkte ~~stark~~ stetige Darstellung von G in X. Für jeden beschränkten regulären Maß $\mu \in M(G)$ definiert man $U(\mu) \in B(X)$ durch

$$U(\mu) = \int_G U(g)\, d\mu(g).$$

Dann ist $M(G) \ni \mu \longmapsto U(\mu) \in B(X)$ eine stetige Algebrahomomorphism. Die Spektrum der Gruppe U definiert man:

$$sp\, U = \{ \gamma \in \hat{G}\,;\ U(\mu) = 0 \Rightarrow \hat{\mu}(\gamma) = 0 \} \subset \hat{G}.$$

(Für $G = \mathbb{R}$ übereinstimmt $sp\, U$ mit der Spektrum der infinitesimalen Generator von U).

Das Spektralabbildungproblem für U lautet: für welche $\mu \in M(G)$ gilt $sp\, U(\mu) = \overline{\hat{\mu}(sp\, U)}$?

Es wurde bekannt, daß der obige Spektralabbildungssatz gilt für $f \in L^1(G) \subset M(G)$ und für μ Diracmaß (A. Connes). Diese zwei Spezialfälle werden übergedeckt bei:

<u>Satz</u> (C. D'Antoni, R. Longo, L. Zsidó) Wenn das stetige Teil von $\mu \in M(G)$ absolut stetig ist, i.e. $\mu = f + \mu_d$, $f \in L^1(G)$ und μ_d diskreter Maß, dann

$$sp\, U(\mu) = \overline{\hat{\mu}(sp\, U)}.$$

Für den Beweis prüft man die Maximalidealstruktur der Banachalgebra, erzeugt in $B(X)$ bei $\{ U(\mu)$; das stetigen Teil ~~von~~ μ ist absolut stetig $\}$.

Schließlich, bemerken wir, daß gilt der Spektralabbildungssatz nicht für alle $\mu \in M(G)$.

L. Zsidó

6-7-79 "Almost split sequences".

The notion of almost split sequences of modules over finite dimensional algebras as well as their higher dimensional analogues was introduced and several applications given.

Application I. Let Λ be a finite dimensional algebra over a field k and ind Λ the category of finitely generated indecomposable Λ-modules. Then there is a unique partition of ind Λ, $\underline{P}_0, \underline{P}_1, \dots, \underline{P}_\infty$ having the following properties a) Each $\underline{P}_i$ has only a finite number of nonisomorphic objects for $i < \infty$; b) for each $i < \infty$, given an $X \in \bigcup_{k>i} \underline{P}_k$, there is a surjective morphism $\coprod_{k=} X_k \to X$ with the $X_k \in \underline{P}_i$ c) no proper subcategory of $\underline{P}_i$ has property b) provided $i < \infty$. Moreover ind Λ has only a finite number of nonisomorphic objects if and only if $\underline{P}_\infty \neq \emptyset$.

Application II. Let G be a finite p-group. Then there is unique exact sequence of p-groups $1 \to N \to E \to G \to 1$ having the following properties:

a) N is an elementary p-group which is not a nontrivial product of normal subgroups of E.

b) N has no compliment in G but has a compliment in any proper subgroup of G containing it.

c) If $1 \to N' \to E' \to G \to 1$ is nonsplit exact there is a commutative diagram

$$\begin{tikzcd} N' \arrow[r] \arrow[d] & E' \arrow[r] \arrow[d] & G \arrow[r] \arrow[d, equal] & {} \\ N \arrow[r] & E & G & \end{tikzcd}$$

provided N' is elementary abelian p-group.

Application III: Let S be a normal affine surface which is a complete intersection. Suppose U is open subvariety of S consisting of the nonsingular points of S. Finally, suppose V is a vector bundle on U. Then V is the restriction to U of a vector bundle on S if and only if every endomorphism of V restricted to a curve $C \subset S$ can be extended to an endomorphism of V.

M. Auslander

26.10.79 "Grosse Teilmengen des $\mathbb{R}^n$"

$M \subset \mathbb{R}^n$ ist gross, falls

$\exists y_1 \forall x_1 > y_1 \exists y_2 \forall x_2 > y_2 \dots \exists y_n \forall x_n > y_n : \langle x_1, \dots, x_n \rangle \in M$.

Falls eine natürliche Zahl K existiert, so dass jede Gerade g die Komplementmenge $\bar{M}$ in höchstens K Punkten schneidet, oder aber $g \subset \bar{M}$, so ist entweder M leer, oder M enthält eine grosse Zusammenhangskomponente.

Falls K existiert, so dass $M \cap g$ auf g höchstens K Zusammenhangskomponenten hat, alle g, so ist entweder M oder $\bar{M}$ gross.

Sei K_n die kleinste Funktionenklasse $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, die die konstanten Fkt. und die Projektionsfkt. enthält und abgeschlossen ist unter rationalen Operationen, sowie mit f auch $\log|f|$ und e^f enthält.

$\bar{K}_n \subset K_n$ seien die auf ganz $\mathbb{R}^n$ definierten Funktionen.

$f \prec g$: falls $\{\vec{x} \mid f\vec{x} < g\vec{x}\}$ gross ist. $\bar{K}_n$ ist durch $\prec$ total geordnet (Verallgemeinerung des entsprechenden Satzes für $n=1$ von Richardson, 1969).

$f \sim g$: falls $\{\vec{x} \mid f\vec{x} = g\vec{x}\}$ gross. Die Äq.klassen $f/\sim$,

$f \in K_n$, sind durch $\leq$ total geordnet.

Vermutung: Die in der Prädikatenlogik erster Stufe in der Sprache $(+, \cdot, <, e^x)$ definierbaren Teilmengen von $\mathbb{R}^n$ sind definit (d.h. gross, oder Komplement einer grossen Menge). In der Sprache $(+, \cdot, <)$ ist dies eine triviale ~~Fold~~ Folgerung aus der Quantoren elimination.

H. Läuchli

2.11.79

Die Dirac Gleichung mit anomalen magnetischen Moment

Ein Elektron mit anomalem magnetischem Moment wird durch die Dirac Gleichung

$H\Psi = [\alpha(-i\nabla) + eV + m_0\beta - if\beta\alpha\cdot\nabla V]\Psi = -i\partial_t\Psi \quad \Psi \in$

beschrieben, wobei $\mathcal{D}_H = C_0^\infty(\mathbb{R}^3_+) \otimes \mathbb{C}^4 \subset \mathcal{L}^2(\mathbb{R}^3) \otimes \mathbb{C}^4 = \mathfrak{H}$, $\mathcal{D}_H$ = Definitionsbereich von H.

Nimmt man dabei V als sphärisch symmetrisch an, kann man schreiben

$\mathfrak{H} = \sum \oplus \, \mathfrak{H}(l, m, \varepsilon)$, wobei jedes der $\mathfrak{H}(l, m, \varepsilon)$ H reduziert und wobei $H / \mathfrak{H}(l, m, \varepsilon)$ unitär äquivalent ist zu dem Operator

$$K(\varepsilon, l, m) = \begin{pmatrix} eV + m_0 & -\frac{d}{dr} + \varepsilon(-1)^l \frac{l}{r} - fV' \\ -\frac{d}{dr} + \varepsilon(-1)^l \frac{l}{r} - fV' & eV - m_0 \end{pmatrix}$$

mit Definitionsbereich $\mathcal{D}_K = C_0^\infty(\mathbb{R}_+) \otimes \mathbb{C}^2$. Man kann dann durch genaue Analyse des Operators K zeigen, daß H wesentlich selbstadjungiert ist für fast alle physikalisch interessanten Potentiale, sofern $f \neq 0$. Dieses Ergebnis weicht damit stark von dem bekannten Fall ab, daß ein starkes Coulombpotential und $f = 0$ zu einem nichtselbstadjungierten Hamiltonoperator führt

Durch Methoden der Störtheorie lassen sich diese Ergebnisse auch auf nichtradialsymmetrische Potentiale ausdehnen.
Es läßt sich auch das wesentliche Spektrum, $\sigma_{ess}(K(\ell, l, m))$ für viele Potentiale bestimmen.

Horst Behncke

9-11-79 The geometry of diagrams

The geometric interpretation of Dynkin diagrams as developed by Tits since 1956 is discussed together with its recent extension to some of the finite sporadic groups. A diagram for one of the six as yet missing groups in the list of available geometries was obtained for Conway's group ·1 with the help of Professor B. Fischer. This diagram is .

F. Buekenhout.

23.11.79 Anwendungen der alg. Geometrie auf die Komplexität von Polynomen

We give several applications of the following fact:
the set of all polynomials $P \in \mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$, $\deg P \leq d$ computable with $\leq v$ nonscalar steps can be embedded into a Zariski closed set $W(d,n,v) \subset \mathbb{K}^t$, $t = \binom{n+d}{d}$, definable over $\mathbb{Q}$ with small dimension and small degree. For instance: for $u := 2vd(d+1)$, $s := 2(v+1)(v+2)$ almost all sequences $(\underline{a}^1, \dots, \underline{a}^s) \in \{1, \dots, u\}^{ns}$ are correct test points for 0-testing all polynomials in $W(d,n,v)$

C.P. Schnorr

28. 11. 79. Eine kombinatorische Methode zum Beweis von Kodierungssätzen.

Vor einigen Jahren wurde von J. Körner, K. Marton und ich eine Methode zum Beweis von Kodierungssätzen mit exponenzieller Fehlerabschätzung vorgeschlagen, welche sich auf die einzelne Betrachtung von Paaren (Triplen, usw.) von Folgen ~~[illegible]~~ mit derselben Komposition beruht. Dadurch können Wahrscheinlichkeiten durch Zählen behauptet. Charakteristisch für die Methode ist daß der Eincodierer universell (unabhängig von der stochastischen Beschreibung des Problems) gewählt werden kann (etwa durch zufällige Wahl) und die informationstheoretische Aufgabe reduziert sich zu einer geigneter Wahl der Decodierer. Anwendungen auf die folgenden informationstheoretischen Probleme werden angedeutet: Fehlerabschätzung für DGK (mit universell erreichbarem Exponent); gemeinsame Quellen-Kanal Kodierung; beliebig variierender Kanal; Kanal mit zwei Sendern; Kodierungssätze für mehrfache (korrelierte) Quellen.

I. Csiszár

30. 11. 1979 Normen algebraischer Zahlen, über eine Frage von C.L. Siegel

$K \supset k$ sein Zahlkörper und $N = N_{K/k}$ bezeichne die Relativnorm. Für ganze Zahlen $m \in k^*$ wird die folgende Gleichung studiert:

$$(1) \qquad N(\xi) = m .$$

Problem: Wann ist Gleichung (1) lösbar mit $\xi \in K^*$?
Der folgende Satz reduziert die Frage der Lösbarkeit der Normgleichung (1) auf ein endliches Problem, das – jedenfalls

im Prinzip – entscheidbar ist:

<u>Satz:</u> Ist die Gleichung (1) für eine ganze Zahl $m \in k^*$ lösbar, so gibt es eine Lösung J in K mit Nenner z, so daß

(i) $|J|_v < C_{K,k,m}$ für alle archimedischen Bewertungen $|\cdot|_v$ von K

und

(ii) $z < D_{K,k,m}$ ist.

Dabei heißt $z \in \mathbb{N}$ Nenner der Zahl $J \in K^*$, wenn $z \in \mathbb{N}$ minimal ist mit der Eigenschaft: $z \cdot J$ ist ganz in K^*.
Die Konstanten $C_{K,k,m}$ und $D_{K,k,m}$ können dabei explizit angegeben werden.
Dieser Satz verallgemeinert ein entsprechendes Resultat, das von C.L. Siegel für den Spezialfall einer galoisschen Erweiterung K/k bewiesen wurde.

H.-J. Bartels

3.12.'79. Determination of the entropy of written languages.

In the middle of the last century Morse's ~~lawyer~~ lawyer published a commercial code-book, which enabled the users to enshorten their messages to a third or so of the original text. This application raised a theoretical question: what is the best possible rate of compressing written texts. This question is answered with mathematical exactness by the source-coding theorem of the information theory. Applying it to the written languages, it states, roughly speaking, that the compression-rate can never be less than the entropy of the language. There are, however, ways of compressing yielding rates arbitrarily close to the entropy. That is why one is interesting in finding good approximations for the entropy.

In the talk we demonstrates that purely statistically methods are not promising. Then we concentrate on 3 methods using human experimental subjects, namely on

- Shannon's guessing game
- a technique which requires the reconstruction of mutilated texts
- the method of proportional gambling, due to Cover and King.

Discussion of these methods is followed by an account on their applications to written Hungarian.

T. Nemetz (Budapest)

7.12.79 Representation theory of finite Chevalley groups.

Let G be a simple algebraic group over $K = \overline{F}_q$ and suppose G is of adjoint type. Let $\sigma : G \to G$ be the Frobenius q^{th}-power endomorphism and G_σ the set of σ-stable elements. We consider the problem of finding the irreducible complex representations of the finite Chevalley groups G_σ.

This problem was solved by J.A. Green in 1955 when G has type A_ℓ and subsequently by B. Srinivasan for groups of type B_2 and by B. Chang and R. Ree for groups of type G_2. However in 1976 P. Deligne and G. Lusztig considered the problem in general and obtained most of the irreducible representations in all types. Subsequently in 1979 G. Lusztig has determined the degrees of all irreducible representations of G_σ, at least when q is sufficiently large.

The following ideas relevant to the description of the irreducible representations were mentioned:

(i) The classification of maximal tori in G_σ

(ii) The construction by Deligne-Lusztig of generalised characters $R_{T,\theta}$ where T is a σ-stable maximal torus of G and θ is a 1-dimensional complex representation of T_σ

(iii) The division of the irreducible representations of G_σ into geometric conjugacy classes

(iv) Each geometric conjugacy class contains just one representation of degree prime to q (the semisimple representations)

(v) The degrees of the semisimple representations are related to the centralizers of semisimple elements in the dual group

(vi) The degree of any representation in a geometric conjugacy class is divisible by the degree of the semisimple representation in that class. The quotients are the degrees of the unipotent representations in a certain group.

(vii) A discussion of the unipotent representations of G_σ, in particular their connection with the representations of the Weyl group.

R.W. Carter (Warwick).

14.12.79

Der Satz von Gauss-Bonnet und die Kohomologie arithmetischer Gruppen

Ist Γ eine arithmetische Untergruppe einer reellen (einfach zusammenhängenden) halbeinfachen ~~linear~~ ~~rea~~ algebraischen Gruppe, so gilt (Harder, 1971) die Gauss-Bonnetsche Formel $\int_{G/\Gamma} \omega = \chi(\Gamma)$

Es stellt sich die analoge Frage in der Situation der Funktionenkörper über einem endlichem Konstantenkörper. Ist Γ die arithmetische Gruppe in $G(\hat{F}_\infty)$, der p-adischen Lieschen Gruppe zur Stelle ∞ einer Chevalleygruppe G über dem Funktionenkörper F, so werden folgende Resultate bewiesen

a) $$\int_{G/\Gamma} \omega = \sum_{\sigma \in X_\infty} (-1)^{\dim(\sigma)} \frac{1}{|\Gamma_\sigma|},$$ dabei X_∞ der Bruhat-Tits Komplex zu $G(\hat{F}_\infty)$, $\sigma \in X_\infty$ die Simplices

b) $$\chi(\Gamma) = \int_{G/\Gamma} \omega + \sum_{\{M\}} \chi(X_M/\Gamma_M),$$

dabei M gewisse ~~reduktive~~ halbeinfache Gruppen, die sich aus den Konjugationsklassen parabolischer Gruppen ergeben.

Das Resultat b) erlaubt die Berechnung der einzigen nichttrivialen Kohomologiegruppe $H^d(\Gamma; \mathbb{R})$ $d = \mathrm{rang}(G)$ (nach Harder, Garland verschwinden alle $H^i(\Gamma; \mathbb{R})$ $(i \neq 0, d)$

c) $$\int_{G/\Gamma} \omega = \mathrm{rg}_{\mathbb{Z}[\Gamma]} (st(G)),$$

dabei $st(G)$ der Steinberg-Modul von G, insbesondere stellt sich heraus, daß $st(G)$ ein stabil-freier $\mathbb{Z}[\Gamma]$-Modul ist.

Ulrich Stuhler (Göttingen)

Steuerung, Regelung, Anpassung: Grundprobleme der Kontrolltheorie und ihre Mathematisierung. (21. 12. 79)

Es wird eine Übersicht über Fragestellungen und Lösungsmethoden der (linearen) Kontrolltheorie gegeben, wobei vor allem die Problematik, wie sie sich aus der Sicht des

Anwenders stellt, in der Sprache des Mathematikers formuliert wird. Beginnend mit dem Problem der Steuerbarkeit wird sodann die Konstruktion von Steuerungen (open-loops) mit Hilfe von Optimalitätskriterien kurz beschrieben. Die zentrale Rolle der linearen Probleme mit quadratischem Zielfunktional beruht dabei vor allem auf der zu ihrer Lösung entwickelten Variationstechnik (Integration der Hamilton-Jacobi-schen Differentialgleichung bzw. der zugehörigen Riccatischen Matrix-Differentialgleichung), die sich zu einer einheitlichen analytischen Methode für deterministische und stochastische Kontrollprobleme ausbauen lässt. Für die deterministische Theorie liefert sie zudem die Lösung in Form einer feed-back-Steuerung, d. h. sie ergibt gleichzeitig Steuerung und Regelung.

Der zweite Teil des Vortrages befasst sich mit dem Problem der Regelung unter Zugrundelegung unvollständiger oder ungenauer (verrauschter) Zustandsbeobachtung. Die beiden aus der Praxis kommenden Grundprinzipien zur Lösung der Regelungsaufgaben sind das Separationsprinzip und die Zustandsrekonstruktion mittels eines Beobachters. Die (nachträgliche) theoretische Rechtfertigung der Rekonstruktion liegt zum einen am Dualitätsprinzip der linearen Kontrolltheorie, zum anderen in der (unter gewissen Voraussetzungen nachgewiesenen) Äquivalenz des Kalman-Filters und des Wiener-Filters.

Zum Schluss werden Fragen der adaptiven Regelung kurz gestreift

(21. 12. 79)

H. W. Knobloch (Würzburg)