

7.01.94.

New bounds on the size of classical designsVladimir Levenshtein, Institute for Applied Mathematics
Russian Academy of Sciences, Moscow

A system S of k -subsets of a v -set possessing the property that any t -subset of the v -set belongs to the same number of k -subsets of the system S is referred to as (classical) t -design. A problem of obtaining lower bounds on size of t -designs is considered. The following bounds for t -designs S are well known:

Steiner bound

$$|S| \geq \frac{\binom{v}{t}}{\binom{k}{t}}$$

and Wilson-Ray-Chaudhuri bound

$$|S| \geq \left(\frac{v}{k}\right)^\delta \binom{v-\delta}{h} \text{ if } t=2h+\delta \text{ where } \delta \in \{0,1\}.$$

New ^{lower} bound on ^{the} size of t -designs is obtained, which for some cases is attained and better than the above mentioned bounds. The proof of the result is based on i) the Delsarte's inequalities for codes and designs in P - and Q -polynomial association schemes, ii) using a solution of code problem for system Q of orthogonal polynomials and iii) using a duality of bounding the sizes of codes and designs for finite polynomial metric spaces.

B.L.

14. 1. 1994 Eine Schar von „Ein-Steinen“,
die $\mathbb{E}^3$ pflastern, aber weder periodisch noch
quasiperiodisch.

Es wird ein Bipyrama $SCD := T(m, n, j, s, h)$ vorgestellt,
wobei $m, n \in \mathbb{N}$, $(m, n) = 1$, $m, 2 < n$, $j \in \mathbb{Z}$, $s, h \in \mathbb{R}$ sind.
Es hat folgende Eigenschaften

- SCD ist ein schwach konvexes Polyeder in $\mathbb{E}^3$.
- „erlaubt 2^{∞} seitentheile (d.h. face-to-face) Pflasterungen des ganzen Raumes *)“
- keine dieser Pflasterungen gestattet eine Translation ($\neq 0$)
- genau dann, wenn $n \equiv 1 \pmod{2}$ ist, ist die species S_0^+ repetitiv.
- wird SCD mit endlich vielen „Atomen“ dekoriert, so liefert jede Pflasterung aus S_0^+ eine Delone-Menge $((r, R)$ -Menge) mit nur endlich vielen Kongruenzklassen von Voronoi-Zellen und daher auch nur endlich vielen Klassen von Koordinationspolyedern
- die Fouriertransformierte einer solchen Delone-Menge weist genau ein n -dimensionales Gitter von Dirac-deltas auf.

Es entsteht die Frage, ob es entsprechende Festkörper-Phasen gibt.

L. Dancer, Dortmund.

*) mit zu SCD eigentlich kongruenten Steinen
($\det = \pm 1$)

21.1.94.

Primzahlen und diophantische Gleichungen

Die Primzahlverteilung als auch die Theorie diophantischer Gleichungen gehören zu den klassischen Problemen der Zahlentheorie; beide Gebiete haben eine in die Antike zurückreichende Tradition (Euklid, Goldbachsummen sind noch älter). Die wichtigsten Methoden (Zetafunktion und Siebe für Primzahlen; Diophantische Approximation, Algebra, Fouriertransformationen für diophantische Gleichungen) suggerieren eine gewisse Disjunktheit der beiden Teilgebiete der Zahlentheorie. Dies ist jedoch nicht der Fall; das "Bindeglied" ist die harmonische Analyse. An zwei Beispielen sollen gegenseitige Wechselwirkungen aufgezeigt werden. Wir zeigen:

Satz 1. Sei $E(N)$ die Anzahl aller $n \in \mathbb{N}$, $n \leq N$, für die die Gleichung $n = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3$ nicht in natürlichen Zahlen x_i lösbar ist. Dann gilt $E(N) \ll N^{37/42+\varepsilon}$.

Ist $r(n)$ die Anzahl der Lösungen von $n = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3$ mit $x_i \in \mathbb{N}$, dann gilt $r(n) \gg n^{1/3}$ für alle $n \leq N$ mit höchstens $O(N^{11/42+\varepsilon})$ Ausnahmen.

Dies bestätigt für "fast alle" n eine Vermutung (Hardy-Littlewood), daß $r(n) \gg n^{1/3}$ gelten sollten. Der Beweis benutzt Resultate aus der Primzahlverteilung.

Satz 2 (mit E. Fouvry, Paris). Sei p stets eine Primzahl. Die Gleichung $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = n$ ist lösbar in ganzen Zahlen x_i mit $p \mid x_1 x_2 x_3 x_4 \Rightarrow p \gg n^{1/6,8,\dots}$. Insbesondere kann jedes x_i nur 34 Primfaktoren enthalten.

Dies ist eine erste Approximation an die (wohl richtige) Vermutung: $n = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2$ ist für alle $n \equiv 4 \pmod{24}$ lösbar in primen p_i . Der Beweis benutzt Fourier-Transformationen, Moebius-Summen und ein "Vektorsieb".

Jörg Brüdern, Göttingen

28.1.98 Ramanujanvermutung und Siegelsche Modulformen vom Geschlecht 2.

Die klassische Ramanujan Vermutung gibt eine Abschätzung für die Fourierkoeffizienten der Diskriminante

$$\Delta(z) = e^{2\pi iz} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - e^{2\pi i n z})^{24}.$$

Allgemeiner gibt es Modulformen verallgemeinerten dieser Vermutung.

In der Sprache der automorphen Formen vermutete etwa

Satake (1965), daß jede cuspidale, irreduzible automorphe

Darstellung $\pi = \bigotimes \pi_v$ einer reduktiven Gruppe eine temperierte Darstellung ist. Deligne konnte mit Hilfe der

von ihm bewiesenen Weilvermutung dies für den Fall der klassischen holomorphen elliptischen Modulformen zeigen,

d.h. im Fall $G = \mathrm{GL}(2, \mathbb{Q})$ und falls π_{∞} hol. diskrete

Schichtdarstellung von $\mathrm{GL}(2, \mathbb{R})$ ist. Das erste Gegenbeispiel

für die von Satake vermutete "allgemeine" Ramanujanvermutung fand Kurokawa im Jahr 1977. Das Analogon der Diskriminante

für Siegelsche Modulformen vom Geschlecht 2 ist eine Spitzenform vom Gewicht 10 auf dem Siegelschen Halbraum $\mathbb{H}_2$ im Geschlecht 2.

Dies ist das erste Gegenbeispiel von Kurokawa. Die Gegenbeispiele

von Kurokawa (am Computer gefunden) wurden darauf von Ueno

studiert (Ueno Special Paper) und später von anderen Mathematikern

auf den nichtdiskontinuierlichen Fall übertragen. Man erhält auf diese

Weise Serien von Gegenbeispielen gegen die verallgemeinerte Ramanujan-

vermutung, die sogenannten CAP - automorphen Darstellungen im

Sinne von Piatetskii-Shapiro. Für die Gruppe $G = \mathrm{GSp}(4, \mathbb{Q})$

wurden alle CAP-Darstellungen π von Piatetskii-Shapiro (1983) und

Soudry (1984) vollständig klassifiziert. Sie korrespondieren zu

sogenannten Thetahefts von den Gruppen $\tilde{\mathrm{SO}}(2)$ und $\mathrm{O}(2)$ (mit $\mathrm{GSp}(4, \mathbb{Q})$).

Es zeigt sich dabei, daß alle CAP-Darstellungen Gegenbeispiele gegen die verallgemeinerte Ramanujanvermutung sind. Man sollte daher allgemein

vermuten, daß genau die CAP-Darstellungen die Gegenbeispiele sind.

und dies nicht nur für die isogenie stabile Gruppe $(Sp(k, \mathbb{C}))$
sondern ganz allgemein. Bewiesen wird der folgende Satz:

Satz: Sei $P \subseteq Sp(k, \mathbb{Z})$ eine Untergruppe von endlichem Index
in der symplektischen Modulgruppe $Sp(k, \mathbb{Z})$. Sei $k \geq 3$ und f eine
Spitzenform zu Γ vom Gewicht k , d.h.

$$f: \mathbb{H}_2 \rightarrow \mathbb{C} \text{ holomorph, stat. abh. in den Spitzen}$$

$$f((Az+B)(Cz+D)^{-1}) = \det(Cz+D)^k f(z)$$

Ist f eine Eigenform der Heckeoperatoren, dann sind
äquivalent: für die "isogenie" stabile Darstellung π (siehe Anhang)

(i) π ist nicht CAP

(ii) Die verallgemeinerte Ramanujan-Vermutung gilt für π resp. f .

Zusatz: Der Satz gilt auch für Gewicht $k=1$ (zumindest ist es
hier bewiesen für alle Gruppen von Typ $\Gamma = \Gamma_0(N)$). Allerdings
ist für dieses Gewicht jede Spitzenform von Typ CAP.
Ramanujan's Vermutung gilt somit nicht für das Gewicht $k=1$.

Bemerkung: Der Fall $k=2$ ist offen

2. Beweis: Der Fall $k=1$ (erläutert wie im Zusatz) ist das
analogon der Serre-Stark Modulformen für klassische
Modulformen (von Gewicht $g=1$) vom Gewicht $\frac{1}{2}$.

Rainer Weissauer, Mannheim

4.2.94

"Über Optimierungspotentiale in der industriellen Praxis,
über Mathematiker, Manager und andere Menschen"

Gunter Dueck, IBW WiS. Zentrum Heidelberg

Wie mathematische Lösungen, eben in der Optimierung
oder im Gebiet der Statistik/Prognose, zu wirklichen
Praxisanwendungen werden; wie sie in der Praxis
durchgesetzt und dann eingesetzt werden, gegen so vielen
Widerstand von Managern und Anwendern; wie
Marketing für Wissenschaft gemacht wird und wie schließ-
lich ein Geschäftsfeld daraus wird — das ist ein
weites Feld. Der Vortrag berichtet vom Aufbau
einer Optimierer/Statistikergruppe in der Industrie:
Wissenschaft im Zentrum eines kleinen Unternehmens,
das würde Teil einer großen Firma ist (IBW).

Wissenschaftliche Exzellenz genügt allein im Markt
überhaupt nicht. Der Einsatz von Wissenschaft
führt zu Veränderungen des Arbeitsumfeldes und muß
gegen erheblichen Widerstand durchgesetzt werden.

Es genügt daher auch überhaupt nicht, einfach
ein sehr gutes Wissenschaftler zu sein. Am
Ende zählt nicht eine gute Lösung, sondern es
zählt, ob die Lösung angewandt wird.

Beispiele aus der Industriepaxis werden gegeben:
Optimierung von Tabakmischungen, Walzstraßen, Flugplänen,
Fahrplänen, Chip-Placements. Was Mathematik in
triumphalen Erfolgen leistet — und warum die Durch-
setzung dann die Hauptarbeit wird.

Aus der Arbeit des Mathematikers: als Wissenschaftler,
als Programmierer, als Berater, als "Politiker", als
Verkäufer. Welche Methoden der Mathematik sind
praxistauglich — welche nicht? Welche verwendet IBW?
Um wieviel besser sind Lösungen mit Mathematik?

Gunter Dueck

4.2.34

Die topologische Spurformel für Hecke-Operatoren und die Berechnung der Integralfunktion zu GS_{p_2}

Ausgehend von der symplektischen Gruppe GS_n kann man Shimura-Varietäten definieren. Das sind komplexe Mannigfaltigkeiten

$$G(\mathbb{Q}) \backslash X \times G(A_f) / K_f = G(\mathbb{Q}) \backslash (G(\mathbb{R}) / K_\infty) \times G(A_f) / K_f$$

Man kann zeigen, daß diese Mannigfaltigkeiten quasiprojektiv sind und daß sie ein kanonisches Modell über $\mathbb{Q}$ haben. Wir schreiben dafür $S = S_K^G / \mathbb{Q}$ und es ist $S(\mathbb{C})$ gleich dem obigen Quotienten.

Auf der Kohomologie $H_{\text{et}}^*(S \times_{\mathbb{Q}} \overline{\mathbb{Q}}, \mathbb{Q}_\ell)$ operiert die Hecke Algebra

$$\mathcal{H} = \bigotimes \mathcal{H}_p(G(\mathbb{Q}_p) // K_p)$$

und die Galoisgruppe $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$. Diese beiden Operationen kommutieren. Man bekommt also auf isotypischen Komponenten $H_{\text{et}}^*(\pi_f)$ eine Operation der Galoisgruppe, also den $\mathcal{H} \times \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ -Modul

$$\pi_f \otimes W(\pi_f),$$

wobei $\rho(\sigma_f) : \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}) \rightarrow GL(W(\pi_f))$. Es ist ein großes Problem, diese Galoisoperation zu verstehen.

In dem Vortrag wird erläutert, wie man mit Hilfe der topologischen Spurformel eine Strategie entwickeln kann, das Problem anzugehen.
S. Heil

Searching needles in a haystack

(or searching for proteins from sub-picomole samples).

Freitag, 11. Februar 1994

17.30 Uhr

V2-205

GASTON H. GONNET (ETH ZÜRICH)

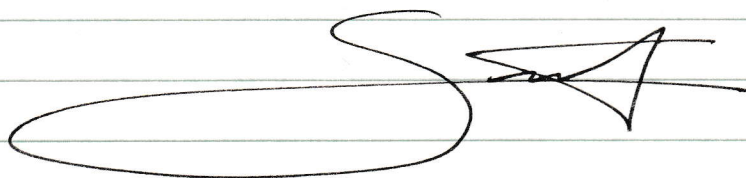
Searching needles in a haystack (or searching for proteins from sub-picomole samples)

Mass spectrometers are devices which can accurately measure the molecular weight of proteins from very small samples. Proteins are chemically bonded sequences of amino acids which are fundamental to any form of life. Given that we know the weight of each amino acid and we can estimate the weight of the entire protein, is it possible to determine the amino acid composition from the weight? The answer is "no" for all practical purposes. (If the weights of the protein were known exactly, this would be an instance of the knapsack problem, known to be NP complete).

However, when a protein is broken into fragments according to a pattern, the molecular weight of its fragments are enough to determine whether the protein is recorded in a protein-database or not, *i. e.* find the protein in the database. This searching algorithm is based on a probabilistic model. It is an example from a larger (novel?) class of searching algorithms.

We will describe two of the applications (in medicine and in molecular biochemistry) which make this problem extremely interesting.

Recently we adapted the algorithm to search over DNA/RNA databases. Both, the peptide search and the DNA/RNA search are offered through our automatic e-mail server in Zurich.



15. April 1994

Zum inversen Streuproblem für zwei- und N-Körper Schrödingersoperatoren Volker Enß, Aachen

Wir betrachten die Zeitentwicklung e^{-iHt} , die von einem selbstadjungierten Operator H erzeugt wird, auf dem kontinuierlichen spektralen Teilraum $\mathcal{H}^{\text{cont}}(H) \subset \mathcal{H} \cong L^2(\mathbb{R}^n)$. Dabei ist $H = H_0 + V$ eine Störung des Laplaceoperators $H_0 = -\frac{1}{2m} \Delta$, der die freie Bewegung beschreibt, durch ein Potential $V = V(x)$, das für $|x| \rightarrow \infty$ geeignet abfällt, z.B. $V = V^s + V^e$, $V^s \in \mathcal{V}_{\text{SR}} = \left\{ V \in C(\mathbb{R}^n) \mid |V(x)| \leq \frac{C}{(1+|x|)^{1+\varepsilon}}, \varepsilon > 0 \right\}$ für den kurzreichweitigen Teil und $V^e \in C^1(\mathbb{R}^n)$, $|(\nabla V^e)(x)| \leq \frac{C}{(1+|x|)^{\mu}}, \mu > 3/2$.

Im kurzreichweitigen Fall ($V^e = 0$) existieren die Wellenoperatoren $\Omega_{\pm} = s\text{-}\lim_{t \rightarrow \pm\infty} e^{iHt} e^{-iH_0 t}$ und sind "vollständig": $\text{Ran}(\Omega_{\pm}) = \mathcal{H}^{\text{cont}}(H)$.

Der Streuoperator $S := (\Omega_+)^* \Omega_-$ ist unitär. Ein Teil des direkten Problems ist die Bestimmung z.B. von S auf dem Potential $V = V^s$, $S: \mathcal{V}_{\text{SR}} \rightarrow L(\mathcal{H})$. Beim inversen Problem ist aus S (oder anderen Daten) das Potential V zu bestimmen. Für Raumdimensionen $n \geq 2$ gilt

Eindeutigkeit: $S: \mathcal{V}_{\text{SR}} \rightarrow L(\mathcal{H})$ ist injektiv, sowie eine Rekonstruktionsformel zur Bestimmung von V .

Wir skizzieren den neuen "geometrischen" Beweis (mit R. Weder, Mexico City).

Im langreichweitigen Fall muß ~~der~~ ^{ein} langreichweitiger Anteil V^e als bekannt vorausgesetzt werden, um überhaupt einen Dollard-Streuoperator S^D definieren zu können. Dann gilt auch hier analog $S^D(\cdot + V^e): \mathcal{V}_{\text{SR}} \rightarrow L(\mathcal{H})$ ist injektiv und eine Rekonstruktionsformel kann angegeben werden. Die Methoden und Resultate lassen sich auf N-Körper-Systeme übertragen.

Volker Enß.

22.04.94

On Vassiliev knot invariants

S. Lando, Independent University of Moscow

Vassiliev's theory of knot invariants is a special case of his general approach to investigating topology of complements to discriminants.

In the case of knots each knot invariant may be extended to (some strata of) the discriminant - to knots with singularities according to the defining rule:

$$f(\text{diagram with crossing}) = f(\text{diagram with crossing resolved one way}) - f(\text{diagram with crossing resolved other way})$$

The invariant is of order no greater than n, if its n-th extension totally vanishes. All previously known "polynomial" invariants may be expressed in terms.

A chord diagram is a circle with a number of chords having different ends:



It has been shown (Kontsevich), that investigation of Vassiliev invariants with values in a field k of characteristic zero is equivalent to investigation of functions on chord diagrams, satisfying "4-term relation".

$$f(\text{diagram 1}) - f(\text{diagram 2}) = f(\text{diagram 3}) - f(\text{diagram 4})$$

The module of Vassiliev invariants carries a natural structure of (commutative and cocommutative) bialgebra. "Module of chord diagrams" carries therefore a structure of dual bialgebra. Thus description of this bialgebra is equivalent to description of all Vass. invariants.

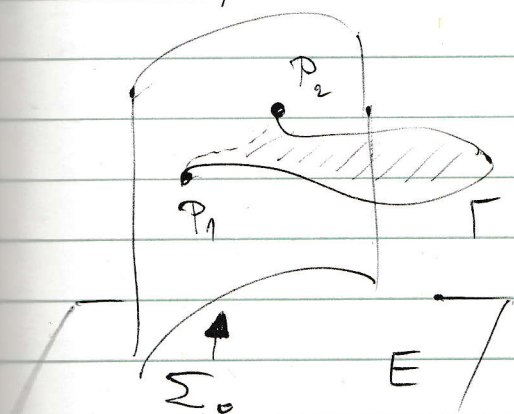
Chen

29. 4. 94 Über Minimalflächen mit freiem Rand

S. Hildebrandt (Bonn)

Es werden Minimalflächen $X: B \rightarrow \mathbb{R}^3$, B = Parameterbereich in $\mathbb{R}^2$, z.B. $B = \{(u,v) : u^2 + v^2 < 1, v > 0\}$ betrachtet, die in einer Randkonfiguration $\langle \Gamma, S \rangle$ stationär sind, die aus einer Stützfläche S und einem Jordanbogen Γ besteht, der S nur in seinen beiden Endpunkten P_1 und P_2 trifft. Es werden verschiedene Eindeutigkeitsätze dargestellt, die der Verfasser zusammen mit J.C.C. Nitsche (1982) und in der letzten Zeit (seit 1991) mit F. Sauvigny erzielt hat. Hierbei ist S eine Zylinderfläche vom Typ $\Sigma_0 \times \mathbb{R}$ mit einer ebenen Kurve Σ_0 als Direktrix. Insbesondere wird der Beweisansatz für einen Eindeutigkeitsatz dargestellt, der frei stabile stationäre Flächen in $\langle \Gamma, S \rangle$ betrifft,

insbesondere also Minimierer des Flächeninhalts. Die Bedingung der freien Stabilität bedeutet, daß die "freie Variation" $\delta^2 A(X, \lambda)$ von X nichtnegativ ist, wobei $\delta^2 A$ sich von $\delta^2 A$, der gewöhnlichen 2ten Variation, um ein Randintegral unterscheidet, daß sich zwanglos aus der freien Randbedingung ergibt. Es gelingt zu zeigen, daß die Projektion der Gaußabbildung N von X auf das orthogonale Komplement der Ebene E , in der Σ_0 liegt, ein festes Vorzeichen hat. Dann kann X als Graph über E dargestellt werden, woraus sich der besagte Eindeutigkeitsatz ergibt. Er kann benutzt werden, um einen neuen Existenzsatz für das "halbfreie" Randwertproblem der Minimalflächenfindung aufzustellen. Dieses Resultat ist ein wesentliches Hilfsmittel, um das Verhalten einer Lösung X des Randwertproblems zu $\langle \Gamma, S \rangle$ zu beschreiben, wenn S der Rand eines Keils ist.



Es gelingt zu zeigen, daß die Projektion der Gaußabbildung N von X auf das orthogonale Komplement der Ebene E , in der Σ_0 liegt, ein festes Vorzeichen hat. Dann kann X als Graph über E dargestellt werden, woraus sich der besagte Eindeutigkeitsatz ergibt. Er kann benutzt werden, um einen neuen Existenzsatz für das "halbfreie" Randwertproblem der Minimalflächenfindung aufzustellen. Dieses Resultat ist ein wesentliches Hilfsmittel, um das Verhalten einer Lösung X des Randwertproblems zu $\langle \Gamma, S \rangle$ zu beschreiben, wenn S der Rand eines Keils ist.

S. Hildebrandt

6.05.1994 Recent advances in localization

Huishi Li (Xi'an)

Let R be a filtered ring with filtration $F_n R$. Write $\tilde{R} = \bigoplus_{n \in \mathbb{Z}} F_n R$ as the Rees ring of R , $G(R) = \bigoplus_{n \in \mathbb{Z}} F_n R / F_{n+1} R$ as the associated graded ring and X as the central regular homogeneous of degree 1 represented by x in $\tilde{R}_1$. Suppose that $\tilde{R}$ is left Noetherian then on R we can do the following

(1) Lifting of Ore sets. For any Ore sets T of $G(R)$ consisting of homogeneous elements we prove that the saturated set $\tilde{S} = \{\tilde{s} \in \tilde{R}, \tilde{s} \text{ homogeneous}, \pi_2(\tilde{s}) \in T\}$, where $\pi_2: \tilde{R} \rightarrow \tilde{R}/X\tilde{R} \cong G(R)$ is the natural homomorphism, is an Ore set in $\tilde{R}$ and the saturated set $S = \{r \in R, \sigma(r) \in T\}$, where $\sigma: R \rightarrow G(R)$ is the σ -function defined by $\sigma(a) = a + F_{n+1} R \in G(R)_n$ if $a \in F_n R - F_{n+1} R$ and $\sigma(a) = 0$ if $a \in \bigcap F_n R$, is an Ore set of R . Since $\pi_1(\tilde{S}) = S$, where $\pi_1: \tilde{R} \rightarrow \tilde{R}/(1-X)\tilde{R} \cong R$ is the natural homomorphism, $\pi_2(\tilde{S}) = T$, we also obtain $\tilde{S}^{-1}\tilde{R} \cong \tilde{S}^{-1}\tilde{R}$ and $G(\tilde{S}^{-1}R) \cong T^{-1}G(R)$.

(2) Applications of the lifting localizations on R .

(a) Since X is again central regular of degree 1 in $\tilde{S}^{-1}\tilde{R}$ we prove that $X \in J^{\neq}(\tilde{S}^{-1}\tilde{R})$, the graded Jacobson radical of $\tilde{S}^{-1}\tilde{R}$, consequently $\tilde{S}^{-1}R$ is a left Zariskian filtered ring. It follows that we can lift all good properties of $T^{-1}G(R)$, such as the Artinian Property, homological regularity, Auslander-Gorenstein property, ... etc, to $\tilde{S}^{-1}R$. For example, if R and $G(R)$ are regular we have an injective map $K_0(\tilde{S}^{-1}R) \hookrightarrow K_0(T^{-1}G(R))$.

Moreover, we can obtain

- (b) a local characterization of modules with regular singularities;
- (c) a local description of dimension theory
- (d) the lifting of structure sheaves on R .

Li Huishi

Beppo Levi : Aspekte zu Leben und Werk.

13.5.94

Entlang der Biographie von Beppo Levi (1875-1951) werden insbesondere diskutiert seine

- Arbeiten zur algebraischen Geometrie (Singularitäten algebraischer Flächen),
- Beiträge zum Lebesgue-Integral (Satz von B.L....),
- Vorwegnahme (aus den Jahren 1906-09) der "Vermutung von Ogg (aus den 1960'er Jahren) über die rationale Torsion auf elliptischen Kurven.

Bemerkungen zum weiteren Verlauf des Lebens: 1. Weltkrieg, Bologna, Entlassung aus russischen Gefangen 1938, Emigration nach Rosario, Argentinien, schließen den Vortrag ab.

Für ein Eingehen auf B.L.s Arbeiten zur Mengenlehre und Grundlagenfragen fehlt die Zeit ---

N. SCHAPPACHER
(Strasbourg)

27.5.94

Lokale metabelsche Klassenkörpertheorie

Die Langlands-Vermutungen, die im lokalen Fall zum Fest stehen sind, stellen zweifellos eine harmonische Verallgemeinerung der Klassenkörpertheorie dar, die tiefen aber nicht das, was man von der Klassenkörpertheorie erwartet: Die Beschreibung der normalen Erweiterungen des Grundkörpers mit Hilfe von Eigenschaften des Grundkörpers. In diesem Vortrag wird für metabelsche Erweiterungen eine Theorie vorgestellt, die dieses leistet. Dabei spielt der Begriff der Zyklotomischen Erweiterung der Hauptrolle. Wichtiges Beweismittel sind Coleman's Potenzen. Die vorgestellten Ergebnisse wurden gemeinsam mit E. de Shalit erzielt.

H. Koch

Irrationality of the Moduli spaces of polarized Abelian Surfaces

The moduli space of abelian surfaces with non-principal polarization of type $(1, t)$ is a three dimensional quasi-projective variety. Using some methods from the theory of automorphic forms with respect to arithmetical groups we construct holomorphic sections of the canonical line bundle on a smooth compact model of the moduli three fold. The following theorems are represented:

Theorem 1. Let $\tilde{A}_t$ be a smooth model of the moduli space of abelian surfaces with polarization $(1, t)$. The geometrical genus g

$$p_g(\tilde{A}_t) = h^{3,0}(\tilde{A}_t) > 0$$
 for $t \geq 13$ and $(t \neq 14, 15, 16, 18, 20, 24, 30, 36)$.

Theorem 2 The variety $\tilde{A}_{p^2}$ is of general type if $p \geq 11$.

Theorem 3 Let Γ be a neat subgroup of the modular group $\Gamma_t \subset \mathrm{Sp}_n(\mathbb{Q})$. The variety $\tilde{A}_t$ is of general type if there exists at least one non-trivial Jacobi cusp form of weight 2 and index t .

V. Gritsenko
 (St. Petersburg, POMI)

10.6.1994.

Enumeration of rational curves and differential equations

Let X be a compact symplectic or algebraic mfd.
One can define Gromov-Witten invariants

$I_{g,n;\beta}(X): H^*(X)^{\otimes n} \rightarrow H^*(\overline{M}_{g,n}; \mathbb{Q})$ $g, n \geq 0$
 $2-2g-n \leq 0$
 $\beta \in H_2(V; \mathbb{Z})$
where $\overline{M}_{g,n}$ is the moduli space of stable genus g curves with n punctures.

GW invariants encode information about numbers of curves in X satisfying various incidence conditions.

We expect that $I_{g,n;\beta}(X)$ obeys a system of axioms one of which describes restriction of I on

boundary divisors $\overline{M}_{g_1,n_1} \times \overline{M}_{g_2,n_2} \subset \overline{M}_{g,n}$ $g = g_1 + g_2$
 $n + 2 = n_1 + n_2$

For $g=0$ all this can be encoded in a function ("prepotential") Φ defined

on an open domain in $H^*(X; \mathbb{C}) = \bigoplus H^k(X, \mathbb{C})$

considered as a vector space. Third derivative of Φ at each point gives a structure of commutative associative algebra on $H^*(X, \mathbb{C})$ (quantum cohomology ring).

We describe 3 concrete examples:

- 1) # of rational curves on $\mathbb{P}^2$ of degree $d \geq 1$ passing through generic $3d-1$ pts.

The generating function satisfies a Painlevé VI equation

- 2) (Mirror symmetry) # of rational curves on quintic 3-fold. The generating function is related in a complicated way with certain hypergeometric series (conjecturally).

We give an algebro-geometric definition of #s.

- 3) (after P. Dijkgraaf) ramified coverings of a 2-dim torus of a fixed genus ≥ 2 . The generating function is a polynomial in E_2, E_4, E_6 (Eisenstein series) of deg $\leq 6g-6$

M. Kontsevich (Bonn, MPI)

13. 6. 1994

Linear representations of hyperbolic lattices

Let $\mathcal{T}(\Gamma, m)$ be the variety of conjugacy classes of discrete faithful representations of a hyperbolic lattice $\Gamma \subset O(3, 1)$ (e.g., $\Gamma \cong \pi_1 M$ for a hyperbolic 3-manifold M of finite volume) in linear group $O(m, 1)$, $m \geq 3$. Such varieties have close relation to Teichmüller spaces of geometric structures.

2). We discuss problems of connectedness of these varieties, smooth paths (deformations and infinitesimal deformations, $H^1(\Gamma, O(m, 1))$) and a link with Platonov's conjecture on arithmeticity of super-rigid groups.

For the latter problem, we point out that a Coxeter group (one of Lanner's uniform lattice in the hyperbolic 3-space) is "hyperbolically super-rigid" despite its non-arithmeticity.

Also, in contrast to classical Teichmüller spaces of Riemann surfaces, we point out non-connectedness of varieties $\mathcal{T}(\Gamma, m)$, $m = 4$ and $m = 5$.

For $n = 4$, this effect is related to our construction (based on so called "block-building") of Γ -equivariant and everywhere wild embeddings of closed 3-ball into the 3-sphere S^3 .

For $n = 5$, it is based on our construction of "twisted" Γ -representations which have a topological background in properties of wild 2-dimensional knots in the 4-sphere S^4 , which are Γ -equivariant embeddings $S^2 \hookrightarrow S^4$.

Boris Aranson

(Norman / OK, USA)

24/6/1994

Twin Trees: Geometry & Applications

In this talk we considered the relationship of twin trees to the theory of buildings and to Kac-Moody groups.

A twin tree is a pair of trees together with a codistance function obeying certain simple properties. They arise from Kac-Moody groups, and also arise from other more general types of groups. The two trees concerned are isomorphic and can be connected together at a certain subset of their ends. This gives twin trees the circuits and these circuits restrict the structure of the automorphism group. For example there is a twin tree whose automorphism group is $\text{PGL}_2(k[t, t^{-1}])$.

It seems that the examples of twin trees are more numerous than was originally thought, and the geometry is not yet well enough understood to distinguish the various examples. There is scope for further work. A recent paper "Twin Trees I" appeared in *Inventiones* by Ronan and Tits, and three more papers are planned, all with the same joint authorship.

Mark Ronan (U of Illinois, Chicago)

1.7.94

Cohen- und andere Typen von Forcing

Für jede Kardinalzahl $\kappa \geq \aleph_0$ bezeichnen wir mit $\mathbb{C}_\kappa$ ("Standard-Cohen-Algebra für κ ") die Vervollständigung der von Cohen zur Widerlegung der Kontinuumshypothese benutzten partiellen Ordnung

$$Fn(\kappa, 2) = \{ p \mid p: \kappa \xrightarrow{\text{sur}} 2 = \{0, 1\}, \text{ dom } p \text{ endlich} \}.$$

Sie läßt sich auch auf andere Weise beschreiben, z. B.

$\mathbb{C}_\kappa \cong$ Vervollständigung der freien Booleschen Algebra über κ Erzeugenden

$\cong$ Borel-Algebra über dem Produktraum 2^κ , nach dem Ideal der mageren Mengen dividiert.

Ich spreche über ein Resultat von S. Shelah und mir:

Satz Für $\kappa \geq \aleph_2$ gibt es eine vollständige Subalgebra von $\mathbb{C}_\kappa$, die nicht (Produkt von) Standard-Cohen-Algebra(en) ist.

Vorher war bekannt, daß für $\kappa < \aleph_2$ keine solche Subalgebra existiert.

Der Beweis läßt sich elementar führen, ist aber i. w. nur durch den Hintergrund der von Cohen in die Mengenlehre eingeführten Forcing-Methode zu verstehen.

Sabine Koppelberg, Freie Universität Berlin

1.7.94

Ein neuer Beweis des Schleifensatzes und seine
Folgen

Der Schleifensatz gehört zu den klassischen

Sätzen in der Theorie der 3-Mannigfaltigkeiten.

Er besagt, daß eine wesentliche Abb. einer

2-Schleife in eine 3-Mf. immer auch die Existenz

einer solchen Einbettung impliziert. Als Korollar

erhält man, daß ein Knoten trivial ist, wenn

die Fundamentalgruppe seines Außenraumes

frei zyklisch ist. Der Schleifensatz (oder

"Dehn'scher Lemma") wurde erstmals von Dehn 1910
formuliert, aber erst 1957 von Papakyriakopoulos

mit Hilfe seiner Türmkonstruktion bewiesen. In

diesem Vortrag zeige ich einen neuen Beweis ohne

Türmkonstruktion in dem das Problem der Selbstlingen

Levitäten nicht mehr auftritt. Volker Johannson
Knoxville, TN, USA

Anomalies in the Lattice Point Problem and Related Topics

M. M. SKRIGANOV (Steklov Inst. of Math. St. Petersburg Branch,
RUSSIA)

The classical Lattice point problem deals with asymptotic behavior of the number $n(t\mathcal{O}, \Gamma) = \text{card}\{t\mathcal{O} \cap \Gamma\}$ of ^(lattice) points $x \in \Gamma$ lying in the dilatation $t\mathcal{O}$ of a given region $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^d$:

$$n(t\mathcal{O}, \Gamma) = \frac{\text{vol } \mathcal{O}}{\det \Gamma} t^d + r(t\mathcal{O}, \Gamma), \quad t \rightarrow \infty.$$

It was shown by the author that the error $r(t\mathcal{O}, \Gamma)$ can be logarithmically small:

$$r(t\mathcal{O}, \Gamma) \ll \log^{d-1} t, \quad t \rightarrow \infty$$

for certain regions $\mathcal{O}$ and lattices in $\mathbb{R}^d$. The discussion of such anomaly in the lattice point problem will be given in the talk. This effect has applications in the following fields:

- (1) the theory of uniform distributions and the multidimensional quadrature formulas
 - (2) Spectral theory of pseudo-differential operators on compact manifolds
 - (3) Algebraic Number Fields (Lang's asymptotics).
- I hope to mention these applications also.
(in the talk)

14 October 1994

M. Skriganov

PERMUTATIONSPOLYNOME ÜBER ENDLICHEN KÖRPERN

JOACHIM VON ZUR GATHEN, PADERBORN

Ein Polynom $f \in \mathbb{F}_q[x]$ über einem endlichen Körper $\mathbb{F}_q$ (mit q Elementen) heißt Permutationspolynom, naja, wenn die zugehörige Abbildung $\mathbb{F}_q \rightarrow \mathbb{F}_q$ eine Permutation ist.

Für die Anwendungen in der Kryptographie ist der Fall interessant, wo q (exponentiell) groß und $n = \deg f$ klein ist.

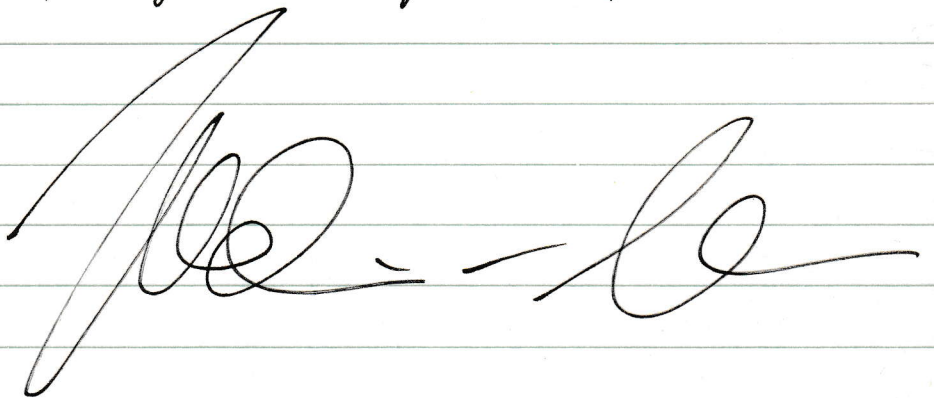
Für das Problem, ein beliebiges Polynom auf diese Eigenschaft zu testen, wird ein (probabilistischer) Algorithmus mit (fast) linearer Laufzeit vorgestellt; vorher gab es nur Methoden mit exponentieller Zeit.

Varianten dieses Algorithmus funktionieren auch für rationale Permutationsfunktionen.

Anschließend wird noch berichtet, wie man die Anzahl Punkte auf einer Kurve oder der Projektion einer Kurve abschätzen kann.

Die Fragestellungen und Methoden verknüpfen auf hübsche Art verschiedene Gebiete: Algebra, Kombinatorik, theoretische Informatik, algebraische Geometrie, Zahlentheorie.

21.10.1994



Unimodulare Gitter und die Weil-Darstellung von $Sp(2n, q)$

Boris Venkov (Steklov Math. Inst., St. Petersburg, Russland)

Im Vortrag wird ein neues unimodulares 28-dim. Gitter konstruiert, welches „das Beste“ in dieser Dimension zu sein scheint. Das Gitter wurde zunächst mit Hilfe von Computern gefunden, aber dann stellte sich heraus, dass das Gitter eine enge Bezug zur Weil-Darstellung von $Sp(6, 3)$ hat. Das ergibt ein gutes ganzzahliges Modell für die Weil-Darstellung dieser Gruppe. Es werden auch mögliche Verallgemeinerungen diskutiert.

28.10.94

Boris Venkov

4.11.94. Lazard's conjecture and localization in non-commutative rings
V. Gerasimov, Novosibirsk

We consider non-commutative rings with identity elements and homomorphisms of rings which preserve identity elements. For a ring R we denote by $\text{Ino}(R)$ the set of all invertible matrices over R . We say that a homomorphism $R \xrightarrow{f} S$ inverts a set Σ of matrices over R if $f(\Sigma) \subseteq \text{Ino}(S)$. A homomorphism f is called a Σ -localization if f inverts Σ and for any other Σ -inverting $R \xrightarrow{g} S'$ there exists a unique $h: S \rightarrow S'$ such that the diagram
$$\begin{array}{ccc} R & \xrightarrow{f} & S \\ & \searrow g & \downarrow h \\ & & S' \end{array}$$
 is commutative.

Two constructions for the localization $R \xrightarrow{f_\Sigma} R\Sigma^{-1}$ are discussed: one is obtained by generalization of the notion of a fraction, and the other generalizes the construction of a localization as the endomorphism ring of some direct limit module. The second one is reduced to a construction of the reflector $R\text{-Mod} \rightarrow \mathcal{Z}^\perp$ from the category of left R -modules to the right perpendicular category $\mathcal{Z}^\perp$, where $\mathcal{Z}$ is an arbitrary set of torsion R -modules.

As an application a counterexample to the following D. Lazard's conjecture is presented.

Lazard's Conjecture: If P is a projective module over a ring R such that $\bar{P} = P/\sum_{f \in \Sigma} Rf$ is finitely generated over $\bar{R} = R/\sum_{f \in \Sigma} Rf$ then P is finitely generated.

Our counterexample is the localization ring $R = K\Sigma^{-1}$ where $K = k\langle x, y \mid yx = 0 \rangle$ and Σ consists of all matrices over K that become invertible under the homomorphism $K \rightarrow k \times k$, $x \mapsto (1, 0)$, $y \mapsto (0, 1)$. Our P is the module generated by the rows of the idempotent matrix

$$\pi = \begin{pmatrix} w_1 & w_1(1-w_1) & 0 & 0 & \dots \\ w_2 & w_2(1-w_1) & w_2(1-w_2) & 0 & \dots \\ w_3 & w_3(1-w_1) & w_3(1-w_2) & w_3(1-w_3) & \dots \\ w_4 & w_4(1-w_1) & w_4(1-w_2) & w_4(1-w_3) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad \text{where } w_n = (x+y)^n y (x+y)^{n-1}.$$

McKeown

11.11.94 Hyperbolische Mannigfaltigkeiten mit
großen Isometriegruppen

B. Zimmermann, Tübingen

Die maximale Ordnung einer Gruppe von Isometrien (konformer Autom.) einer hyperbol. oder Riemannschen Fläche vom Geschlecht $g > 1$ ist $84(g-1)$ ("Hurwitz-Operationen"), als Folge der Formel von Poincaré-Hurwitz, die zusammen mit der Theorie der Fuchs'schen Gruppen die Grundlage aller Arbeiten über endl. Gruppenoperationen auf Flächen ist. Eine entsprechende Theorie für 3-dim. Herkellkörper entwickelt (McGillough-Miller-Zimmermann): z.B. ist hier die maximale Ordnung einer endl. Gruppenoperation $12(g-1)$. Für geschlossene 3-Mannigfaltigkeiten gibt es nichts entsprechendes. Jedoch kann man obige Theorie für endl. Gruppenoperat. auf Herkellkörpern verwenden, um über äquivalente expand-Zerlegungen eine Hierarchie für endl. Gruppenoperationen auf 3-Mfz zu erhalten. Wir beschreiben und studieren die geschl. 3-Mfz, die im maximalen Fall auftreten (d.h. M besitzt eine endliche Gruppe G von Homom. der Ordnung $12(g-1)$ und eine expand-Zerlegung vom Geschlecht $g > 1$ invariant unter G). Abgesehen von einigen Ausnahmen handelt es sich um hyperbol. 3-Mfz. (und G operiert als Gruppe von Isometrien).

Für Hurwitz-Operationen G der Ordnung $84(g-1)$ auf einer komp. Fläche vom Geschlecht $g > 1$ betrachten wir folgendes Problem: existiert eine komp. 3-Mfz M , mit $\partial M = \mathbb{S}^2$ (total geodät. Rand), so daß G erweitert zu einer Gruppe von Isometrien von M $\hat{=}$ Wir geben Teilösungen für Hurwitz-Operationen vom Typ $PSL(2, g)$.

B. Zimmermann

18. M. 1994

Geodesics in transitive graphs

W. Imrich, Leoben

The main topic of this talk are Euclidean and non-Euclidean vertex transitive tessellations of the plane, i.e. transitive, locally finite graphs that are embedded into the plane with finite faces and without accumulation points. These graphs are one-ended in the sense that no finite subset separates them into two or more infinite components. Beginning with the observation that every geodesic, i.e. two-sided infinite geodesic path separates such a graph into two infinite components, the question is investigated whether every one-ended, locally finite vertex transitive graph which is separated by every geodesic into two infinite components must be planar. For the case of edge-transitive graphs, cubic graphs and graphs of polynomial growth the answer is shown to be affirmative. The general problem, however, is still open.

Defining a quasi-geodesic as a path $\{\dots x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \dots\}$ in a graph G with $\liminf d_G(x_i, x_j)/|i-j| > 0$ one obtains a larger class of infinite paths with the above separation property in planar graphs. It is then possible to prove that every one-ended, locally finite graph with vertex transitive or almost transitive automorphism group and the additional property of almost 4-connectivity is planar iff every quasi-geodesic bisects it into two infinite components (and, maybe, some finite ones). The proof strongly uses results of C. Thomassen (1982), who also introduced the concept of almost 4-connectedness.

Most of the results presented are joint work with P. Bonnington (Auckland), M.E. Watkins (Syracuse, N.Y.) and N. Seifert (Leoben).

W. Imrich

2.12.94 Faktorisierung großer Zahlen

Ich beschreiben den Stand der Forschung auf dem Gebiet der Faktorisierung großer Zahlen. Nach einem Überblick, in dem ich auch kurz auf kryptographische Anwendungen eingehe, behandle ich insbesondere den Algorithmus "Number field sieve". Ich erkläre seine Theorie und schildere experimentelle Untersuchungen.

Johannes Buchmann
Saarbrücken.

10.12.94 Crystallography in evolution

During the last twenty years, the experimental evidence of the existence in nature of new types of crystal structures like incommensurately modulated, intergrowth crystals and quasicrystals, profoundly modified the views about the very basic concepts of what is a crystal and which are the crystallographic symmetries of an ideal crystal structure.

Crystals need not to be lattice-periodic, so that one currently speaks of "aperiodic crystals" example of which are the incommensurate crystals. It is clear that the association of the two words "aperiodic" and "crystal" implies implicit relations with mutual restrictions and extensions.

The unifying elements become apparent through treatments which, at first, seem to be contradictory with the geometry of the crystal structures involved. Examples are the description of aperiodic crystals

in terms of lattice-periodic structures (going beyond 3-dimensionality), the investigation of scaling symmetry in quasicrystals by means of a $\mathbb{Z}$ -module of translations generating a dense set of translationally equivalent positions (going beyond discreteness) and finally the characterization of Euclidean properties of normal crystals through non-Euclidean symmetries (going beyond Euclidean metric). These changing approaches do not modify, however, the fundamental nature of crystals to be d -dimensional, discrete, Euclidean. They only allow to make explicit, implicit symmetry groups like the superspace groups (unifying the crystallography of incommensurate and of commensurate crystals) and the multimetric space groups (unifying the possible symmetries of quasicrystals and of normal crystals).

Therefore, despite the different crystallographic descriptions of d -dimensional crystal involving various dimensions, discrete as well as dense set of symmetry-equivalent points with respect to Euclidean and pseudo-Euclidean groups of transformations, there is a first evidence of the existence of general crystallographic laws allowing to recover the concept of what is a crystal.

Alexis Janner