

3.1 Allgemeine Angaben zum Projekt C1

3.11 Thema: *Endliche einfache Gruppen*

3.111 Fachgebiet und Arbeitsrichtung:
Mathematik – Gruppentheorie

3.12 Leiter: Prof. Dr. Bernhard Fischer

Dienstanschrift:

Fakultät für Mathematik

Universität Bielefeld

Postfach 8640

4800 Bielefeld 1

Telefon: (0521)106-5029

3.13 Bisherige Förderung im Rahmen des Forschungsschwerpunkts (FSP) "Darstellungstheorie von Gruppen und Algebren".

Die Durchführung des vorgelegten Programms soll bis zum Auslaufen des FSP im Rahmen des FSP weitergeführt werden, nach Auslaufen des FSP soll das Programm innerhalb dieses SFB weitergeführt werden.

(Beträge in DM 1.000)

Haushaltsjahr	Personalmittel	Sächliche Verwaltungsausgabe	Investitionen	Gesamt
	100	101	102	103
1968 - 1985	174	7	30	211
1986	57	1		58
1987	127			127
1988 *	156	20		176
Zwischensumme	514	28	30	572
1989 **				
1990 **				
1991 **				

* Die Beträge für 1988 sind geschätzt.

** Vergleiche die Bemerkung bei 3.02.

3.2 Zusammenfassung

Endliche einfache Gruppen gelten seit einigen Jahren als klassifiziert, man kennt ihre Ordnungen, Automorphismen und Schur-Multiplikatoren sowie wichtige Familien von Untergruppen. Weiter gibt es eine Theorie ihrer (klassischen) Darstellungen und gute Ansätze für ihre modularen Darstellungen.

Wichtige Fragen für die nähere Zukunft sind folgende:

- Überarbeitung der Klassifikation unter Benutzung neuer Methoden
- Erweiterungen insbesondere von p-Gruppen durch "einfache" Gruppen
- Untergruppenstruktur zusammengesetzter Gruppen
- modulare Darstellungen
- Anwendungen in anderen mathematischen Disziplinen (z. B. Zahlentheorie, Codierungstheorie, Geometrie)

3.3 Stand der Forschung

Die angesprochenen Aspekte werden zur Zeit an vielen Orten intensiv behandelt. Bei der Überarbeitung der Klassifikation kommt der sogenannten Amalgammethode besondere Bedeutung zu, die vor allem durch B. Stellmacher, seine Schüler und Mitautoren große Erfolge erzielt hat, aber erst in der ferneren Zukunft zu abschließenden Ergebnissen gelangen wird. Erweiterungen sind für viele einfache Gruppen auf "natürlichen" Moduln bekannt. Trotzdem ist man über Anfänge nicht hinausgekommen, kennt aber alles Wichtige, was zur Klassifikation benötigt würde. In der Theorie der auflösbaren Gruppen gibt es eine schöne und ausgereifte Theorie ihrer Untergruppen, die im allgemeinen kaum eine Erweiterung erfahren hat. Die modulare Darstellungstheorie gehört zur Zeit zu den aktivsten Gebieten

Teilprojekt C1

Fischer

der Gruppentheorie, und dies muß für lange Zeit noch so bleiben, da sie grundlegend für viele andere Fragen ist.

3.4 Eigene Vorarbeiten

Seit einigen Jahren beschäftige ich mich mit der Berechnung von Charaktertafeln für einfache Gruppen und für maximale Untergruppen. Insbesondere habe ich mich mit den sporadischen einfachen Gruppen und Gruppen über kleinen Körpern beschäftigt. So sind seit 1985 im Rahmen des DFG-Schwerpunktes Darstellungstheorie zahlreiche Charaktertafeln berechnet worden. Eine Dokumentation ist gerade in Arbeit.

3.5 Methoden, Zeitplan

Charaktertafeln von Gruppen G mit einem p -Normalteiler N berechne ich, indem ich die Charaktere von G als Klassenfunktionen aus den Trägheitsfaktorgruppen modulo N und gewissen Matrizen berechne. Im konkreten Fall lassen sich diese Matrizen eigentlich immer berechnen. Ohne sehr effiziente Rechenanlagen ist ihre Umsetzung in Charaktertafeln jedoch unmöglich.

Das Problem der Berechnung von Charaktertafeln von Untergruppen sporadischer Gruppen wird über viele Jahre nicht abgeschlossen werden können.

Neben diesen Problemen gibt es eine Reihe von Problemen über diese Matrizen. Es fehlt zum Beispiel ein konkreter Zusammenhang mit der Erweiterungstheorie: Unter welchen Bedingungen haben verschiedene Gruppen gleiche Charaktertafeln? Hierfür sind viele Beispiele bekannt, auch eine Klasse von Beispielen. Eine weitere Frage ist das Problem, unter welchen Bedingungen man erkennen kann, ob eine Erweiterung eine Galois-Gruppe ist; ich bin überzeugt, daß hier die Clifford-Matrizen eine gewisse Bedeutung erlangen werden.

Teilprojekt C1

Fischer

Ein wichtiges Problem, das erst in den Anfängen steht, sehe ich darin, explizite Formeln für Charaktere maximaler parabolischer Untergruppen zu entwickeln.

Für alle derartigen Fragen werde ich auch nach dem Ablauf des DFG-Darstellungs-Schwerpunktes auf modernste Rechenmöglichkeiten angewiesen sein.

Da ich im DFG-Schwerpunkt Darstellungstheorie bis möglicherweise 1991 voll mitarbeiten werde, kommt für mich zunächst nur eine reduzierte Beteiligung an den Aufgaben des Sonderforschungsbereichs in Frage. Die Wahrnehmung der Kooperationsmöglichkeiten ist für mich sehr wichtig; konkretere Anträge werden zu gegebener Zeit gestellt werden.