

Musterlösung 10

Aufgabe: 1

Da f affin ist, gilt nach der Aufgabestellung, dass $f(R) = R'$ und $x'(R') = 1$, da:

$$\frac{3-1}{4-1} = \frac{5-x'(R')}{7-x'(R')}$$

Aufgabe 2:

i) Wenn F der Mittelpunkt von CB ist gilt: $\lambda = \mu = \frac{1}{2}$ nach dem Strahlensatz.

ii) Wenn F der Fusspunkt der Winkelhalbierenden von α ist gilt:

$$\frac{CF}{FB} = \frac{AC}{AB} \text{ und } \frac{AD}{AC} = \frac{BF}{BC} = \frac{DF}{AB} \quad (0.1)$$

D sei der Schnittpunkt der Parallelen zu AB durch F . Dann ist $AD \cdot \lambda = AC$ und $DF \cdot \mu = AB$. Dementsprechend ist nach dem Strahlensatz: $\lambda = \mu$

Weiter gilt nach 0.1: $\frac{AC}{AB} = \frac{DC}{AD}$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow AC \cdot \frac{AB}{AB+AC} = AD \\ &\Rightarrow \frac{AC \cdot \frac{AB}{AB+AC}}{AC} = \frac{AB}{AB+AC} = \lambda = \mu \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Da die Gerade g auf die Gerade h abgebildet wird und h parallel zu g ist, ist erfüllt, dass Geraden auf Geraden und zueinander parallele Geraden auf zueinander parallele Geraden abgebildet werden.

Man wähle nun $A', A'' \neq A \in g$, dann ist $f(A') = B'$ und $f(A'') = B''$. Da h und g parallel sind folgt nach dem Strahlensatz, dass $\frac{AA'}{AA''} = \frac{BB'}{BB''}$ und somit ist gezeigt, dass die Längenverhältnisse auf den Geraden erhalten bleiben. Folglich ist die Abbildung f affin.

Aufgabe 4:

Es sei die Konstruktion wie in der Aufgabe und D der Mittelpunkt von AB . Dann gilt: $\frac{AD}{AB} = 1$ und $\frac{BF}{CF} = \frac{AE}{EC}$.

Aus diesen Bedingungen folgt sofort, dass

$$\frac{AD \cdot BF \cdot CE}{DB \cdot FC \cdot EA} = 1.$$

Nach dem Satz von Ceva gilt nun, dass sich die Strecken AF , DC und EB in einem Punkt schneiden.