

Musterlösung 5

Aufgabe 1:

Die Aussagen 1 und 2 sind wahr, da die Innensumme (180) und die Aussensumme ($2 \cdot 360 + 180$) ist. Die Aussagen 3 und 4 sind falsch.

Aufgabe 2:

Ein Viereck hat genau dann eine Spiegelung als Symetrie, wenn je zwei Seiten des Vierecks gleichlang sind und entweder die Diagonalen Senkrecht zueinander sind, oder die Summe der gegenüberliegenden Winkel des Viereck 180 Grad beträgt.

Aufgabe 3:

Es sei ϕ eine Drehung mit dem Fixpunkt F . Bei einem Viereck gibt es 4 mögliche Drehsymmetrien:

$$1. \phi(A) = B. (\Rightarrow \phi(B) = C\phi(C) = D\phi(D) = A.)$$

$$\Rightarrow \sphericalangle(AFB) = \sphericalangle(BFC) = \sphericalangle(CFD) = \sphericalangle(DFA).$$

$$\Rightarrow \sphericalangle(AFB) + \sphericalangle(BFC) + \sphericalangle(CFD) + \sphericalangle(DFA) = 360^\circ.$$

$$\Rightarrow \sphericalangle(AFB) = 90^\circ.$$

$$2. \phi(A) = C. (\Rightarrow \phi(B) = D\phi(D) = B\phi(C) = A.)$$

$$\Rightarrow \sphericalangle(AFC) = \sphericalangle(CFA)$$

$$\Rightarrow \sphericalangle(AFC) + \sphericalangle(CFA) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \sphericalangle(AFC) = 180^\circ.$$

$$3. \phi(A) = D. (\text{ist äquivalent zu 1.})$$

Obwohl der Drehwinkel hier eigentlich 270 und nicht 90 Grad beträgt.

$$4. \phi(A) = A, \phi(B) = B, \phi(C) = C, \phi(D) = D$$

$$\Rightarrow \phi = 0^\circ = id.$$

Aufgabe 4:

Es sei $\triangle ABC$ ein gleichseitiges Dreieck, mit dem Schwerpunkt S und den Seitenhalbierenden s_a , s_b und s_c . Es gibt folgende Symetrien für gleichseitige Dreiecke: $Dr_{S,120}$, $Dr_{S,240}$, Sp_{sa} , Sp_{sc} , Sp_{sb} und id . Folgendermaßen können die Komposita dargestellt werden:

$\circ$	$Dr_{S,120}$	$Dr_{S,240}$	Sp_{sa}	Sp_{sc}	Sp_{sb}	id
$Dr_{S,120}$						
$Dr_{S,240}$						
Sp_{sa}						
Sp_{sc}						
Sp_{sb}						
id						

Das Ausfüllen der Tabelle ist eine Übung für Euch.(Dazu können die Sätze zur Spiegelung an zwei Achsen genutzt werden). Das Ergebnis zeigt, dass die Symetrien des gleichseitigen Dreieckes eine Gruppe bilden, da die Verknüpfung abgeschlossen ist, das neutrale Element enthalten ist und für jedes Element ein inverses vorhanden ist.