Voronoizellen und isodrome Verschiebungen eines Gitters

Thomas Bier
Twiskenweg 43 B
26129 Oldenburg i.O.

14. April 1994

Zusammenfassung

In dieser Arbeit betrachten wir die $k-$ten iterierten Voronoischen Zellen eines Gitters, welche definiert sind als die Menge aller Raumpunkte die den Ursprung als mindestens $k-$ten Gitternachbarn besitzen. Insbesondere untersuchen wir, wann die $k-$ten iterierten Voronoizellen die ersten Voronoizellen eines Untergitters sein können. Ein solches Untergitter wird dann ein Brillouin-Untergitter genannt. Für die Klassifikation der Brillouin-Untergitter ist es erforderlich, den Begriff der isodromen Verschiebung eines Gitters einzuführen. Darunter versteht man eine Verschiebung des Gitters von sich selbst in einer solchen Weise, daß die Voronoizone um den Ursprung relativ zu den verschobenen Gitterpunkten noch ganz in der Voronoizone des gegebenen Gitters enthalten bleibt. Für das gegebene Gitter ist dann die Menge aller isodromen Verschiebungen der isodrome Ort des Gitters. In dieser Arbeit bestimmen wir den isodromen Ort der ebenen Gitter. Weiter zeigen wir, daß der isodrome Ort eines Gitters vom Rang ≤ 3 diskret ist. Daraus erhalten wir die vollständige Klassifikation der ebenen Brillouin-Untergitter. Es stellt sich heraus, daß für den Quotienten eines ebenen Gitters modulo einem Brillouin-Untergitter nur beliebige zyklische Gruppen sowie die elementarabelschen Gruppen der Ordnung 4 oder 9 vorkommen.