Über Binäre (24,10,8)-Codes

B. Blaschke
Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
33501 Bielefeld
Germany

B. Venkov
St. Petersbourg's department
of the Steklov mathematical institute
Fontanka 27, St. Petersbourg
Russia

Im folgenden werden alle linearen, 10-dimensionalen, binären Codes C der Länge 24 mit Minimum 8 mit dem Gewichtspolynom

$$f_C(x) = 1 + 183x^8 + 656x^{12} + 183x^{16} + x^{24} \tag{1}$$

klassifiziert. Mit Hilfe der Mac Williams Identität sieht man leicht, daß ein binärer (24,10,8)-Code C genau dann dieses Gewichtspolynom besitzt, wenn C doppelt-gerade ist (d.h. alle Codewörter haben eine durch 4 teilbare Länge), der Vektor $(1, 1, \ldots, 1)$ in C liegt und $C^{\perp}$ keine Vektoren der Länge 2 enthält. Zur Suche solcher Codes wurden wir durch Klassifikationsfragen unimodularer 32-dimensionaler Gitter mit Nachbareffekt 20 angeregt. In [2] Koch, Nebe wurden alle (24,8,8)-Codes mit ähnlichen Eigenschaften im Zusammenhang mit den 32-dim. unimodularen Gittern mit Nachbareffekt 24 klassifiziert.

Wir beweisen den folgenden

Satz: *Bis auf Isomorphie gibt es genau 4 binäre (24,10,8)-Codes C_a, C_b, C_c, C_d mit Gewichtspolynom (1), wobei die Zeilen der Matrizen die Basisvektoren der Codes sind:*

$$\mathbf{C_a} = \begin{pmatrix} 111111110000000000000000 \\ 001101010000000001010011 \\ 010100000110010101100000 \\ 000000001111111100000000 \\ 111100001111000011110000 \\ 111100001111000000001111 \\ 110000001111010100110101 \\ 110000111010000000000101 \\ 110001011100010100000000 \\ 101000000111011001010110 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C_b} = \begin{pmatrix} 111111110000000000000000 \\ 001100000000010100110101 \\ 001101010000000001010011 \\ 001101010011010100000000 \\ 000000001111111100000000 \\ 111100001111000011110000 \\ 111100001111000000001111 \\ 110000111010000000000101 \\ 101000000100101010110000 \\ 101000000111011001010110 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C_c} = \begin{pmatrix} 111111110000000000000000 \\ 001101010000000001010011 \\ 010100000110010101100000 \\ 010100000000011001010110 \\ 000000001111111100000000 \\ 111100001111000011110000 \\ 111100001111000000001111 \\ 110000001111010100110101 \\ 110000111010000000000101 \\ 110001011100010100000000 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C_d} = \begin{pmatrix} 111111110000000000000000 \\ 111100001111000000000000 \\ 111100000000111100000000 \\ 111100000000000011110000 \\ 111100000000000000001111 \\ 000000001100011001101100 \\ 100101101100000000001100 \\ 000011000110011011000000 \\ 100111000000000011000110 \\ 010111000000110010100000 \end{pmatrix}$$

Es ist interessant, daß die Codes C_a und C_c keine Untercodes des [24,12,8]-Golaycodes sind.

Wir möchten uns bei Frau Prof. Dr. Vera Pless für anregende Diskussionen bedanken. Der zweite Autor dankt dem Sonderforschungsbereich 343 (Diskrete Strukturen in der Mathematik) und dem Leibnizpreisfond von Prof. Dr. Zink für seinen Aufenthalt in Bielefeld.