

## ÜBUNGSBLATT 3

**Aufgabe 1.** Berechnen Sie die Grenzwerte der folgenden reellen Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ :

- $a_n := \frac{6n - 7}{11n + 8}$
- $a_n := \frac{8n^2 - 3}{(n + 7)^2}$
- $a_n := \frac{5n + 4}{7n^2}$
- $a_n := \frac{(-1)^n}{n}$

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie folgende Aussage:

Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge (reeller Zahlen) und ist  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine beschränkte Folge (reeller Zahlen), so ist die Folge  $(a_n \cdot b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge.

Zeigen Sie, dass die Folge

$$\left( \frac{(-1)^n}{n} \right)_{n \in \mathbb{N}}$$

eine Nullfolge ist!

**Aufgabe 3.** Seien  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  zwei reelle konvergente Zahlenfolgen.

Zeigen Sie:

Falls  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = u$  und  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = v$  gilt, so ist  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = \frac{1}{4} \cdot (u^2 - v^2)$ .

Berechnen Sie *damit* explizit (und ohne Taschenrechner) den Grenzwert der folgenden Folge:

$$\left( \frac{6n - 7}{12n} \cdot \frac{5n}{6n} \right)_{n \in \mathbb{N}} \left( = \left( \frac{30n^2 - 35n}{72n^2} \right)_{n \in \mathbb{N}} \right),$$

wobei bei der gesamten Rechnung bei den Brüchen nur Zahlen zwischen  $-1$  und  $16$  auftauchen.

(Zur Kontrolle kann man den Grenzwert natürlich auch noch einmal „direkt“ berechnen.)