

---

**KLAUSUR**  
MATHEMATIK FÜR BIOLOGEN, BIOTECHNOLOGEN UND BIOCHEMIKER  
SOMMERSEMESTER 2008

Name

Matrikelnummer

---

Studiengang (ggf. KF oder NF)

50% der Punkte erreicht? (Ja/Nein)

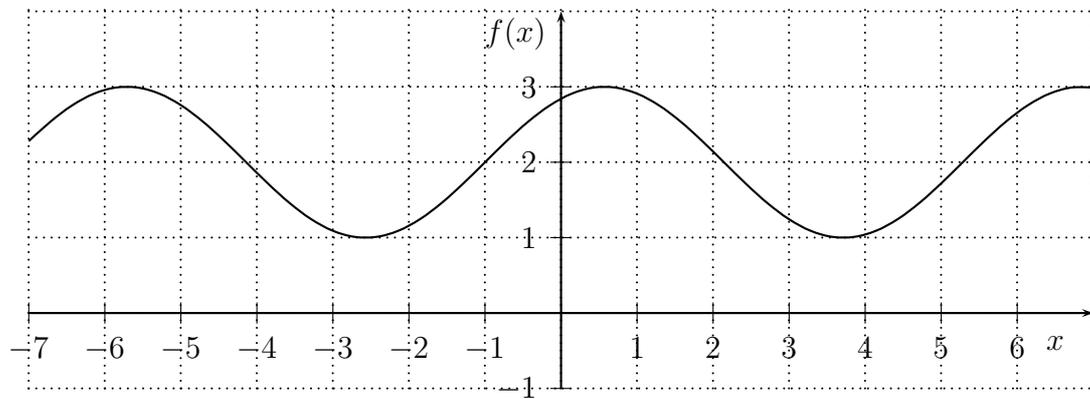
---

Individuelle Ergänzung? (Ja/Nein)

Benötet oder unbenötet?

benötigte LP

---

**Aufgabe 1.**

Bestimmen Sie zu dem oben gezeichneten Funktionsgraphen die zugehörige Funktion  $f$ ! Hier handelt es sich um eine linear skalierte Sinusfunktion, also eine Funktion der Form

$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d.$$

Geben Sie auch an, aus welchen Daten der Funktion Sie die *Parameter*  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  bestimmt haben!

Name

Matrikelnummer

---

---

**Aufgabe 2.** Gegeben seien die beiden Vektoren  $(1, 2, 3)$  und  $(4, 5, 6)$  im  $\mathbb{R}^3$ . Berechnen Sie die *Länge der beiden Vektoren* und den *Winkel*, in dem die beiden Vektoren aufeinanderstehen!

Name

Matrikelnummer

---

**Aufgabe 3.** Die Holzmenge in einem jungen Wald nimmt exponentiell zu. Wieviele Jahre werden benötigt, damit in dem Wald dreimal soviel Holz vorhanden ist wie zu Beginn der Messungen, wenn die jährliche (Holz-)Zuwachsrate vier Prozent beträgt?

Stellen Sie eine *Formel* zur Berechnung der „Verdreifachungszeit“ auf und *wenden Sie sie* auf das Problem *an!*

Name

Matrikelnummer

---

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie die Höhenlinien  $H_f(3)$  der Funktion

$$f(x, y) = x^2 \cdot (y - 1) \cdot (x + y + 1) + 3,$$

also genau die Stellen  $(x, y)$ , an der die Funktion  $f$  den Wert 3 annimmt, und zeichnen Sie diese in ein Koordinatensystem ein!

Name

Matrikelnummer

---

**Aufgabe 5.** Bestimmen Sie die Tangentialebene an das Paraboloid

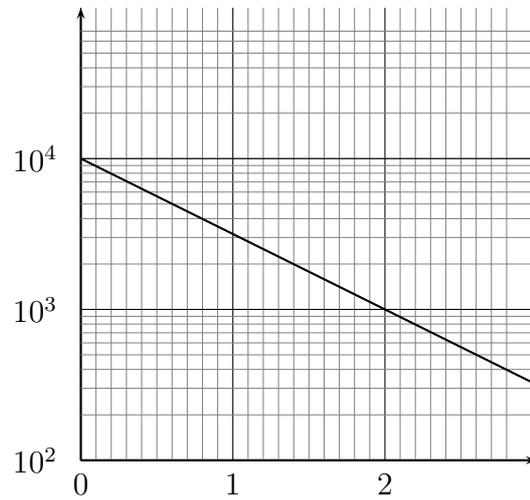
$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 3x^2 + 3y^2 - 4\}$$

in dem Punkt  $(1, 2, 11)$ . Geben Sie dazu auch den *Lösungsansatz* an!

(Es reicht, *eine* der beiden Formen für Tangentialebenen (entweder parametrisiert oder durch Gleichungen beschrieben) anzugeben.)

---

**Aufgabe 6.** Welche Funktion ist in dem folgenden Koordinatensystem dargestellt?



Es sind (genügend viele – wieviele sind das?) *Punkte* am Funktionsgraphen abzulesen (und hinzuschreiben), der *Lösungsansatz* hinzuschreiben. Anschließend ist die *Lösung* zu berechnen – hierzu darf ein Taschenrechner verwendet werden.

Name

Matrikelnummer

---

**Aufgabe 7.** Berechnen Sie den Mittelwert der Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) := \cos(x)$  auf dem Intervall  $[\pi, 3\pi]$ .

Es darf verwendet werden, dass die Funktion  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) := \sin(x)$  eine Stammfunktion zur Funktion  $f$  ist.

**Aufgabe 8.**

Gegeben seien die drei Differentialgleichungen

a)  $y'(t) = \frac{1}{t}$

b)  $y'(t) = t^3$

c)  $y'(t) = y(t)$

Ordnen Sie die Differentialgleichungen den auf der nächsten Seite abgebildeten Richtungsfeldern zu (mit *Begründung*)!

Bild 1

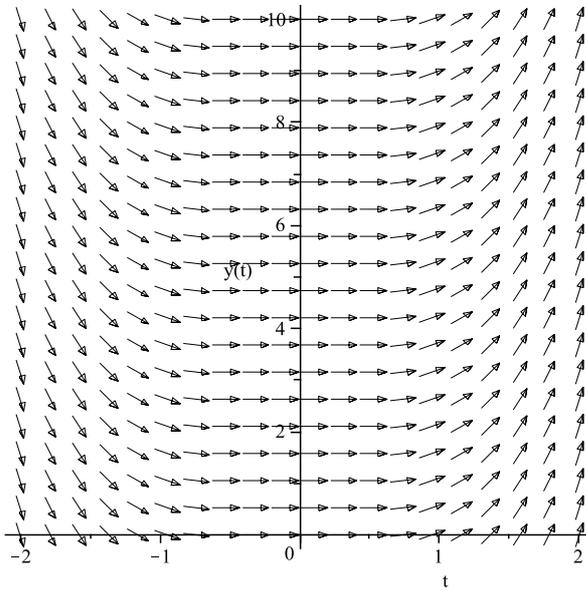


Bild 2

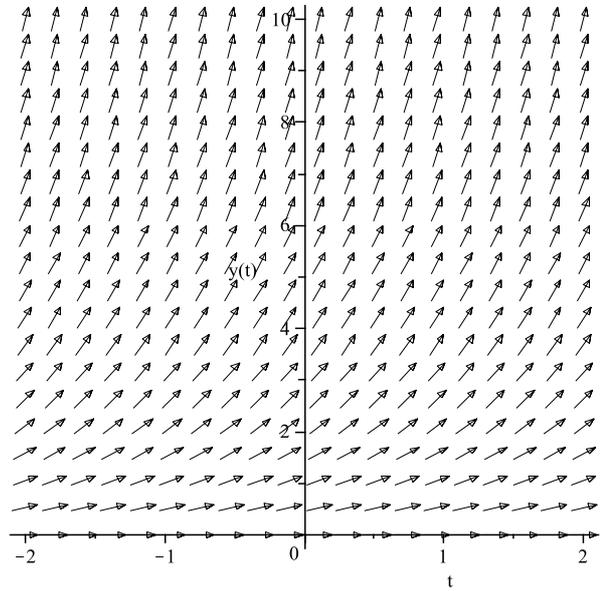
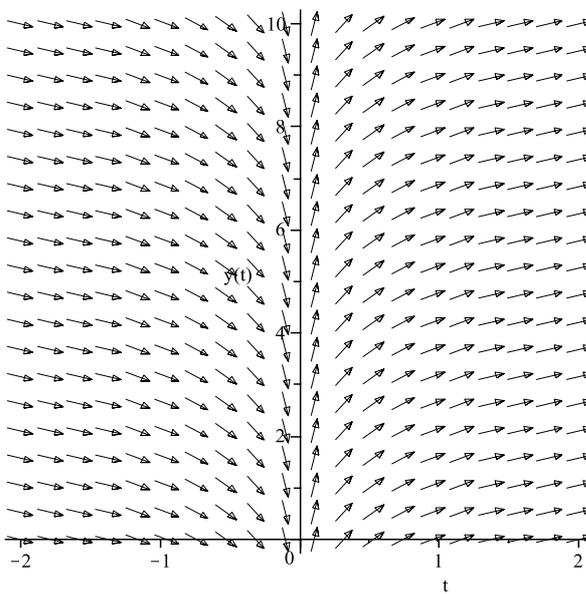


Bild 3



**Aufgabe 9.** Gegeben sei folgendes Differentialgleichungssystem

$$h'(t) = 28 \cdot h(t) - 7 \cdot f(t) \cdot h(t),$$

$$f'(t) = -36 \cdot f(t) + 2 \cdot f(t) \cdot h(t),$$

das ein Räuber-Beute-System von Hasen und Füchsen (mit der Hasenanzahlfunktion  $h$  und der Fuchsanzahlfunktion  $f$ ) beschreibt.

Angenommen, wir haben zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  eine Hasenanzahl  $h(t) = 14$  und eine Fuchsanzahl  $f(t) = 4$ .

- Wie verändert sich die Fuchsanzahl zu dem Zeitpunkt  $t$ : Steigt oder fällt sie, oder bleibt sie gleich?
- Wie verändert sich die Hasenanzahl zu dem Zeitpunkt  $t$ : Steigt oder fällt sie, oder bleibt sie gleich?

Geben Sie eine *Begründung* für die Antworten an!

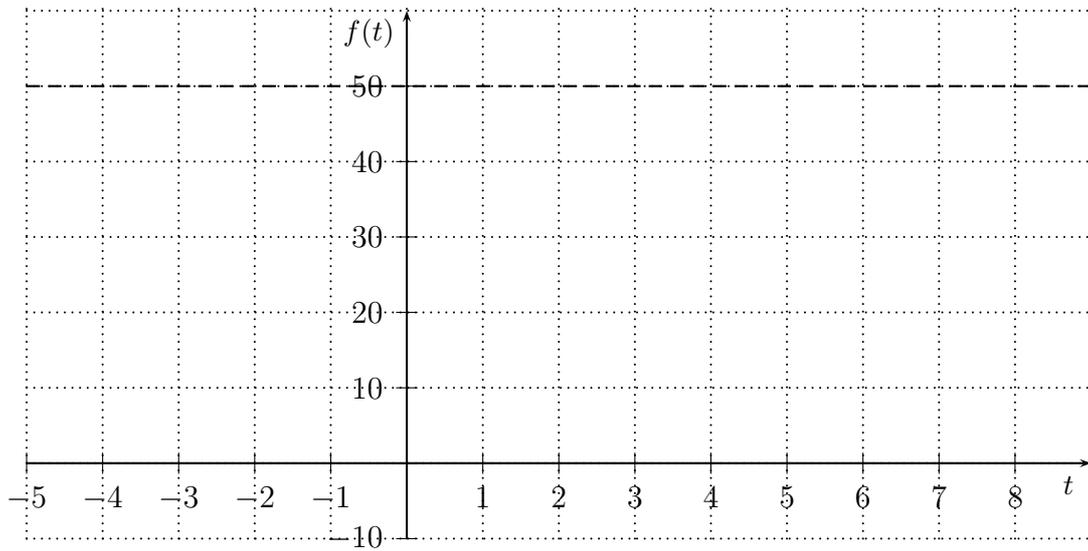
**Aufgabe 10.** Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen! Schreiben Sie dazu zunächst den *Ansatz* für die Taylorreihe der Funktionen hin und rechnen Sie sie dann aus! (Verwendet werden dürfen die Rechenregeln für Ableitungen und die Formeln für die Ableitungen von Polynomfunktionen.)

- $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := 7x - 4$
- $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) := 12x^3 - 3x^2 + 5x$

Name

Matrikelnummer

**Aufgabe 11.** Skizzieren Sie den Graphen einer logistischen Funktion  $f(t)$  mit Wachstums-  
schranke  $B = 50$  und  $f(3) = 25$ .



**Aufgabe 12.** Gegeben seien die Datenpaare

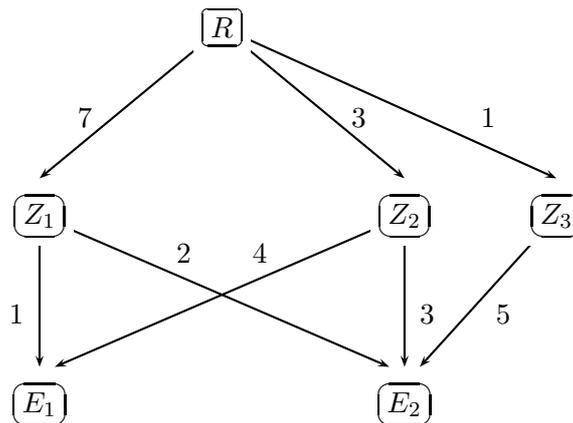
$$(x_1, y_1) = (1, 1), \quad (x_2, y_2) = (2, 1), \quad (x_3, y_3) = (3, 3) \quad \text{und} \quad (x_4, y_4) = (4, 3).$$

Bestimmen Sie die Konstanten  $a$  und  $b$  für die Regressionsgerade

$$f(x) = ax + b.$$

Geben Sie auch die dazu *verwendete Formel* an!

**Aufgabe 13.** Gegeben sei folgender Produktionsprozess. Aus einer Einheit eines Rohstoffs  $R$  werden die Zwischenprodukte  $Z_1$ ,  $Z_2$  und  $Z_3$  (in den jeweiligen Mengen) hergestellt, anschließend wird aus einer Einheit des jeweiligen Zwischenproduktes die angegebene Menge vom Endprodukt hergestellt.



Finden Sie eine Matrix, die den Gesamtprozess beschreibt, und berechnen Sie, wieviel von den beiden Endprodukten erzeugt werden kann, wenn am Anfang vier Einheiten des Rohstoffs  $R$  zur Verfügung stehen!

Zu bestimmen sind also zwei Matrizen für die Einzelprozesse, und anschließend ist das *Produkt der beiden Matrizen* zu berechnen (und daraus dann die *Mengen der entstehenden Endprodukte*  $E_1$  und  $E_2$ ).

Name

Matrikelnummer

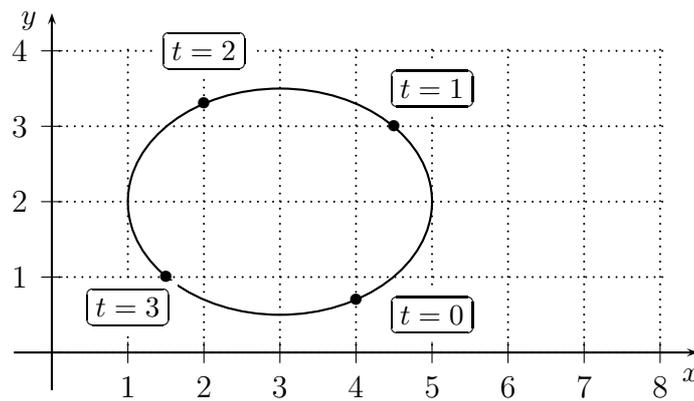
---

**Aufgabe 14.** Gegeben sei eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit den Funktionswerten  $f(5) = 5$  und  $f(8) = 9$ . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung, wenn  $f$  eine Potenzfunktion ist!

Schreiben Sie dazu zunächst den *Lösungsansatz* hin, und bestimmen Sie dann die beiden *Parameter* für die Potenzfunktion!

**Aufgabe 15.** Wir betrachten ein Haifisch-Beutefisch-System, das auf einer Kurve oszilliert, wobei die Anzahl der Haifische in  $y$ -Richtung, die der Beutefische in  $x$ -Richtung angegeben ist. Es sind einige Zeitpunkte ( $t = 0, 1, 2, 3$ ) mit den zugehörigen Positionen markiert.

Zum Zeitpunkt  $t = 4$  seien genauso viele Beutefische und genauso viele Haifische vorhanden wie zum Zeitpunkt  $t = 0$ .



Skizzieren Sie in dem untenstehenden  $t$ - $y$ -Koordinatensystem die Populationsentwicklung der Haifische (für  $t \in [0, 4]$ )!

