

## ÜBUNGSBLATT 5

**Aufgabe 1.** Gegeben sei ein regelmäßiges Dreieck. Zeigen Sie, dass die Drehungen, die das Dreieck auf sich abbilden, zusammen mit den Spiegelungen des Dreiecks, die es auf sich abbilden, eine Gruppe (bzgl. der Hintereinanderschaltung von Abbildungen) bilden! Zeichnen Sie Bilder, aus denen die genannten Bewegungen des Dreiecks hervorgehen. Welche Untergruppen gibt es? Ist die Gruppe abelsch?

**Aufgabe 2.** Wir betrachten die Untergruppe  $5\mathbb{Z}$  von  $(\mathbb{Z}, +)$ . Zeigen Sie, dass es genau fünf verschiedene Nebenklassen von  $5\mathbb{Z}$  in  $\mathbb{Z}$  gibt! (Wie sehen die Nebenklassen aus, und warum gibt es nicht mehr Nebenklassen?)

**Aufgabe 3.** Gegeben sei die Drehgruppe  $G$  eines regelmäßigen 15-Ecks. Zeigen Sie:

- Die Gruppe  $G$  hat als Untergruppe die Drehgruppe eines regelmäßigen Dreiecks und die Drehgruppe eines regelmäßigen Fünfecks.
- Die Drehgruppe eines Quadrates und die Drehgruppe eines regelmäßigen Sechsecks sind keine Untergruppen von  $G$ .