# 10. Übungsblatt

**Abgabe: Donnerstag, 14.6.12**

**Aufgabe 1** Sei $C$ ein $[n,k]$-Code üeber $K$ mit $k \geq 1$. Zeigen Sie: Genau dann ist $C$ ein MDS-Code, wenn $C^{\perp}$ ein MDS-Code ist.

**Aufgabe 2** Beweisen Sie, dass der duale Code eines Reed-Solomon-Codes (bis auf Äquivalenz) auch ein Reed-Solomon-Code ist.
(Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 2 (a) vom Übungsblatt 4).

**Aufgabe 3** Sei

$$M := \Gamma_{\mathcal{G}_{24}} = \{\sum_{i=1}^{24} a_i x_i \mid (a_1 + 2\mathbb{Z}, \ldots, a_{24} + 2\mathbb{Z}) \in \mathcal{G}_{24}\},$$

wobei $(x_1, \ldots, x_{24})$ eine Orthogonalbasis von $\mathbb{R}^{24}$ ist mit $\langle x_i, x_i \rangle = \frac{1}{2}$. Sei $M_0 := \{m \in M \mid \langle m, \sum_{i=1}^{24} x_i \rangle \in 2\mathbb{Z}\}$ und $M_1 := \{m \in M \mid \langle m, \sum_{i=1}^{24} x_i \rangle \in 1 + 2\mathbb{Z}\}$. Setze

$$\Lambda_{24} := M_0 \cup (\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{24} x_i + M_1).$$

Zeigen Sie, dass $\Lambda_{24}$ ein gerades unimodulares Gitter ist.

**Aufgabe 4** Sei $C$ ein linearer Code der Länge $n$ über dem Körper $K$. Dann ist

$$\rho(C) := max\{min\{d(x,c) \mid c \in C\} \mid x \in K^n\}$$

der Überdeckungsradius von $C$. Zeigen Sie:
$C$ ist perfekt genau dann, wenn $d(C) = 2\rho(C) + 1$.