

5. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 10.5.12

Aufgabe 1 (a) Für $i = 1, 2$ seien $[n, k_i, d_i]$ -Codes C_i über K gegeben. Zeigen Sie, dass

$$C = C_1 \alpha C_2 = \{(c_1, c_1 + c_2) \mid c_i \in C_i\} \leq K^{2n}$$

ein $[2n, k_1 + k_2, \min\{2d_1, d_2\}]$ -Code ist.

(b) Für $m \in \mathbb{N}$ sei $RM(0, m)$ der $[2^m, 1, 2^m]$ -Wiederholungscode und sei $RM(m, m) = K^{2^m}$. Für $0 \leq r \leq m - 1$ definiere rekursiv

$$RM(r, m) = RM(r, m - 1) \alpha RM(r - 1, m - 1).$$

Zeigen Sie, dass $RM(r, m)$ ein $[2^m, \sum_{j=0}^r \binom{m}{j}, 2^{m-r}]$ -Code ist.

Aufgabe 2 Konstruieren Sie einen binären 1-fehlerkorrigierenden $[15, 11]$ -Code.

Aufgabe 3 Sei C ein binärer $[n, k, d]$ -Code. Es gibt dann einen zu C äquivalenten Code mit Erzeugermatrix $G = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & G_1 & & G_2 & & \end{array} \right)$. Dabei habe die erste Zeile das Gewicht d . Zeigen Sie, dass G_2 einen $[n - d, k - 1, d']$ -Code mit $d' \geq \frac{1}{2}d$ erzeugt.

Aufgabe 4 Sei C ein binärer Code mit Erzeugermatrix

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Decodieren Sie die folgenden erhaltenen Wörter:

- (a) (1101011);
- (b) (0110111);
- (c) (0111000).