

Probeklausur: Codierungstheorie

SoSe 2012

28. Juni 2012, 8.15–9.45

Vorname und Name (bitte leserlich !):

Matrikelnummer:

Bitte beachten Sie:

- Jedes abgegebene Blatt mit Namen und Matrikelnummer versehen!
Namen bitte leserlich in BLOCKSCHRIFT!
- (Teil-)Lösungen werden nur mit vollständigem (Teil-)Lösungsweg anerkannt.
- Erlaubte Hilfsmittel sind ein einseitig handgeschriebenes DIN A4 Blatt.
- Es dürfen nur die Algorithmen aus der Vorlesung verwendet werden.
- Jede Aufgabe zählt 12 Punkte. Sie können sich 6 Aufgaben heraussuchen.
Die Klausur ist mit 36 Punkten bestanden.

Aufgabe 1 Ein linearer Code $C \leq \mathbb{F}_3^5$ ist durch die Kontrollmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie eine Erzeugermatrix G und codieren Sie die Nachrichten $(1, 0)$ und $(1, 2)$. (12 Punkte)

Aufgabe 2 Sei C ein zyklischer Code der Länge 4 über $K = \mathbb{F}_2$ mit Erzeugerpolynom $g(x) = 1 + x$.

- Bestimmen Sie eine Erzeugermatrix und eine Kontrollmatrix von C . (4 Punkte)
- Um welchen Code handelt es sich? (4 Punkte)

(c) Wieviele Fehler kann C erkennen? (4 Punkte)

Aufgabe 3 (a) Definieren Sie, was ein MDS-Code ist. (6 Punkte)
(b) Geben Sie ein Beispiel für einen solchen Code und begründen Sie, warum es sich um ein Beispiel handelt. (6 Punkte)

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass ein ternärer selbstdualer Code 3-dividierbar ist. (12 Punkte)

Aufgabe 5 Berechnen Sie für den zu dem binären $[7, 4, 3]$ -Hamming-Code dualen Code die Decodierfehlerwahrscheinlichkeit bei Korrektur eines Fehlers, wenn zur Übertragung ein binär symmetrischer Kanal mit der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit $p = 1/10$ benutzt wird. (12 Punkte)

Aufgabe 6 Sei C der binäre Code mit der Erzeugermatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie das Codegitter Γ_C . (12 Punkte)

Aufgabe 7 Der erweiterte ternäre $[12, 6, 6]$ -Golay-Code hat das Gewichtspolynom

$$A(x) = 1 + 264x^6 + 440x^9 + 24x^{12}.$$

Berechnen Sie die Koeffizienten A_i , $0 \leq i \leq 6$, des Gewichtspolynoms des perfekten ternäre $[11, 6, 5]$ -Golay-Codes.

Aufgabe 8 Sei C ein linearer $[n, k, d]$ -Code. Zeigen Sie:
 C ist genau dann ein MDS-Code, wenn für alle k -Tupel paarweise verschiedener Indizes gilt: Stimmen zwei Codewörter c und c' an diesen Stellen überein, dann ist $c = c'$. (12 Punkte)