

11. Übungsblatt

Abgabe: Dienstag, 13.1.2015

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Untergruppen von \mathbb{Z}_{105} .

Aufgabe 2 Es seien (H, \circ) und (K, \star) zwei Gruppen. Definiere eine Menge G

$G := H \times K := \{(h, k) \mid h \in H, k \in K\}$ und \cdot folgendermassen :

$(h_1, k_1) \cdot (h_2, k_2) := (h_1 \circ h_2, k_1 \star k_2)$ für $(h_1, k_1), (h_2, k_2) \in G$.

Zeigen Sie, dass (G, \cdot) eine Gruppe ist und dass gilt:

- (a) $\varphi : H \rightarrow G, h \mapsto (h, e_K)$ und
- (b) $\psi : K \rightarrow G, k \mapsto (e_H, k)$

sind Homomorphismen.

- Aufgabe 3**
- (a) Zeigen Sie $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5 \cong \mathbb{Z}_{10}$.
 - (b) Gilt $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \cong \mathbb{Z}_4$?
 - (c) Und gilt $D_6 \cong \mathbb{Z}_6$?

Aufgabe 4 Es seien (H, \circ) und (K, \star) zwei Gruppen.

- (a) Zeigen Sie: Wenn $H \times K$ eine zyklische Gruppe ist, dann sind auch H und K zyklische Gruppen.
- (b) Zusatz: Gilt auch die Umkehrung?