

5. Präsenzübungsblatt

Aufgabe 1 Überprüfen Sie, ob die folgenden Abbildungen zwischen Gruppen Homomorphismen sind.

(a) $h_1 : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}, +)$, $z \mapsto mz$ für $z \in \mathbb{Z}$ und ein gegebenes $m \in \mathbb{N}$.

(b) $h_2 : (\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathbb{R}, +)$, $r \mapsto 2(2r + 1)$ für $r \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2 Falls h_i in Aufgabe 1 ein Homomorphismus ist, dann überprüfen Sie, ob er auch ein Isomorphismus ist.

Aufgabe 3 Es seien (G, \circ) und (H, \diamond) Gruppen und $h : (G, \circ) \rightarrow (H, \diamond)$ ein surjektiver Homomorphismus. Zeigen Sie:

(a) $h(e_G) = e_H$, wobei e_G das neutrale Element von G und e_H das neutrale Element von H ist.

(b) $h(g^{-1}) = h(g)^{-1}$.

Aufgabe 4 Sei (G, \circ) eine Gruppe mit $|G| < \infty$ und sei g ein Element in G . Dann heißt die kleinste natürliche Zahl n für die $g^n = e_G$ gilt, die Ordnung von g . Bestimmen Sie die Ordnungen der verschiedenen Typen von Drehungen des Würfels.