

## 5. Präsenzübungsblatt

**Aufgabe 1** Überprüfen Sie, ob die folgenden Abbildungen zwischen Gruppen Homomorphismen sind.

(a)  $h_1 : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}, +)$ ,  $z \mapsto mz$  für  $z \in \mathbb{Z}$  und ein gegebenes  $m \in \mathbb{N}$ .

(b)  $h_2 : (\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathbb{R}, +)$ ,  $r \mapsto 2(2r + 1)$  für  $r \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 2** Falls  $h_i$  in Aufgabe 1 ein Homomorphismus ist, dann überprüfen Sie, ob er auch ein Isomorphismus ist.

**Aufgabe 3** Es seien  $(G, \circ)$  und  $(H, \diamond)$  Gruppen und  $h : (G, \circ) \rightarrow (H, \diamond)$  ein surjektiver Homomorphismus. Zeigen Sie:

(a)  $h(e_G) = e_H$ , wobei  $e_G$  das neutrale Element von  $G$  und  $e_H$  das neutrale Element von  $H$  ist.

(b)  $h(g^{-1}) = h(g)^{-1}$ .

**Aufgabe 4** Sei  $(G, \circ)$  eine Gruppe mit  $|G| < \infty$  und sei  $g$  ein Element in  $G$ . Dann heißt die kleinste natürliche Zahl  $n$  für die  $g^n = e_G$  gilt, die Ordnung von  $g$ . Bestimmen Sie die Ordnungen der verschiedenen Typen von Drehungen des Würfels.