7. Präsenzübungsblatt

Aufgabe 1 Überprüfen Sie, welche der Teilmengen H der jeweiligen Gruppe $(G, \circ)$ eine Untergruppe von G ist.

(a) $G = (\mathbb{Q}, +)$ und $H = \mathbb{N}$;

(b) $G = (\mathbb{Q}, +)$ und $H = \mathbb{Z}$;

(c) $G = (\mathbb{Z}_{30}^*, \cdot_{30})$ und $H = \{1, 19\}$;

(d) $G = (\mathbb{Z}_{30}^*, \cdot_{30})$ und $H = \{1, 2, 5\}$;

(d) $G = (2\mathbb{Z}, +)$ und $H = 6\mathbb{Z}$;

(e) $G = (6\mathbb{Z}, +)$ und $H = 2\mathbb{Z}$;

Aufgabe 2 Betrachte die Gruppe $(D(\Delta_6), \circ) = (D_6, \circ)$. Bestimmen Sie die kleinste Untergruppe, die von r^2 und s erzeugt wird.

Aufgabe 3 Bestimmen Sie alle Untergruppen von

(a) $G = (\mathbb{Z}_{30}^*, \cdot_{30})$;

(b) $G = (D_6, \circ)$.

Aufgabe 4 Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe und H die Teilmenge von G, die aus allen Elementen endlicher Ordnung von G besteht.
Zeigen Sie, dass H eine Untergruppe von G ist.