

## 11. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 27.06.2013

**Aufgabe 1** Für  $A, B \in B_n$  schreibe  $A \preceq B$  falls es Zöpfe  $C_1, C_2 \in B_n^+$  gibt so, dass  $B = C_1 A C_2$  gilt. Zeigen Sie:

- (a)  $B \in B_n^+$  genau dann, wenn  $e \preceq B$  gilt;  $e$  der triviale Zopf.
- (b)  $A \preceq B$  genau dann, wenn  $B^{-1} \preceq A^{-1}$ .
- (c) Es gilt  $e \preceq \sigma_i \preceq \Delta$  für  $1 \leq i \leq n-1$ .

**Aufgabe 2** (a) Falls  $A \preceq \Delta^s$  für ein  $s \in \mathbb{Z}$ , dann gibt es  $D_1, D_2 \in B_n^+$  so, dass  $\Delta^s = D_1 A = A D_2$  gilt.

(b) Analog gilt: Ist  $\Delta^s \preceq A$  für ein  $s \in \mathbb{Z}$ , dann gibt es  $D_1, D_2 \in B_n^+$  so, dass  $A = D_1 \Delta^s = \Delta^s D_2$ .

(c) Falls  $\Delta^{r_1} \preceq A \preceq \Delta^{s_1}$  und  $\Delta^{r_2} \preceq B \preceq \Delta^{s_2}$ , dann gilt  $\Delta^{r_1+r_2} \preceq AB \preceq \Delta^{s_1+s_2}$ .

(d) Folgern Sie aus Aufgaben 1 und 2, dass für jeden Zopf  $B \in B_n$  ganze Zahlen  $r, s \in \mathbb{Z}$  existieren so, dass  $\Delta^r \preceq B \preceq \Delta^s$  gilt.

Das Ziel von Aufgaben 3 und 4 ist, zu zeigen, dass die Mengen  $\tilde{Sym}(n)$  und  $\{A \in B_n \mid e \preceq A \preceq \Delta\}$  übereinstimmen.

**Aufgabe 3** Sei  $e \preceq A \preceq \Delta$ . Zeigen Sie, dass  $A \in \tilde{Sym}(n)$  gilt.

Hinweis: Überlegen Sie sich, dass aus  $A, B \in B_n^+$  und  $AB \in \tilde{Sym}(n)$  folgt, dass auch  $A, B \in \tilde{Sym}(n)$  gilt.

**Aufgabe 4** Sei  $A \in \tilde{Sym}(n)$ . Zeigen Sie, dass  $e \preceq A \preceq \Delta$ .

Hinweis. Konstruieren Sie ein  $B \in \tilde{Sym}(n)$  so, dass  $AB = \Delta$ .