

## 6. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 23.05.2013

**Aufgabe 1** Sei  $G = \langle x, y \mid x^4 = y^3 = (xy)^2 = 1 \rangle$  und sei  $G_1$  die Untergruppe von  $G$ , die von  $x$  erzeugt wird, dh.  $G_1 = \langle x \rangle$ . Zeigen Sie:

- (a)  $|G : G_1| = 6$ .
- (b)  $|G_1| = 4$ .
- (c)  $|G| = 24$  und  $G \cong \text{Sym}(4)$ .

**Aufgabe 2** Geben Sie eine Schreier-Transversale von  $G_1$  in  $G$  an.

**Aufgabe 3** Bestimmen Sie mit Hilfe des Reidemeister-Schreier-Algorithmus eine Präsentation von  $G_1$ .

**Aufgabe 4** Sei  $F$  eine freie Gruppe,  $G$  eine Gruppe und  $\varphi : F \rightarrow G$  ein Epimorphismus (surjektiver Homomorphismus). Weiter sei  $H$  eine Untergruppe von  $G$  von endlichem Index und sei  $T$  eine Transversale von  $H$  in  $G$ . Zeigen Sie:

- (a)  $G = HT$ .
- (b) Sei  $\tilde{H} := \varphi^{-1}(H)$ . Weiter sei  $\tilde{T} \subseteq F$  so, dass
  - \*  $|\tilde{T}| = |T|$  und
  - \*  $\varphi(\tilde{T}) = T$ .

Dann ist  $\tilde{T}$  eine Transversale zu  $\tilde{H}$  in  $F$ .

- (c) Ist  $\tilde{T}$  eine Transversale zu  $\tilde{H}$  in  $F$ , dann ist  $\varphi(\tilde{T})$  eine Transversale von  $H$  in  $G$ .