8. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 6.06.2013

Aufgabe 1 Sei G die volle Automorphismengruppe des Würfels. Bestimmen Sie mit Hilfe von GAP eine Präsentation von G.
Hinweis: $G = A : B$ mit A elementarabelsch der Ordnung 8 und $B \cong Sym(3)$.

Aufgabe 2 Sei G eine Gruppe. Dann gilt:

(a) Für $a, b, c \in G$ ist $[ab, c] = [a, c]^b[b, c]$, wobei $[a, b] = a^{-1}b^{-1}ab$ gilt.

(b) Bestimmen Sie die Kommutatorgruppe $Sym(4)'$.

Aufgabe 3 Sei

$$G = \langle x, y \mid x^3 = y^3 = (xy)^3 = 1\rangle.$$

Zeigen Sie:

(a) $H := \langle xyx, x^2y\rangle$ ist eine abelsche Untergruppe von G;

(b) $G = H : \langle x\rangle$ (d.h. H ist normal in G und $H \cap \langle x\rangle = 1$);

(c) Bestimmen Sie eine Schreier-Transversale von H in G;

(d) Zeigen Sie mit Hilfe des Reidemeister-Schreier Algorithmus und der Tietze-Transformationen $H \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$.

Aufgabe 4 Seien $\langle X \mid R\rangle$ und $\langle Y \mid S\rangle$ endlich erzeugte Präsentationen der Gruppe G. Zeigen Sie: Das Wort-Problem ist in $\langle X \mid R\rangle$ genau dann lösbar, wenn es in $\langle Y \mid S\rangle$ lösbar ist.